RIPASSO VETTORI

① $\vec{v} = 3\hat{x} + 3\hat{y} = (3, 3)$, $\vec{w} = 2\hat{x} + \hat{y} = (2, 1)$

QUAL È L'ANGOLO COMPRESO TRA $\vec{v}$ e $\vec{w}$

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = \underbrace{v w \cos\theta = v_x w_x + v_y w_y} + \boxed{v_z + w_z}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = 6 + 3 = 9 = v w \cos\theta \mapsto \cos\theta = \frac{9}{v w}$$

$$v = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad , \quad w = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \mapsto$$

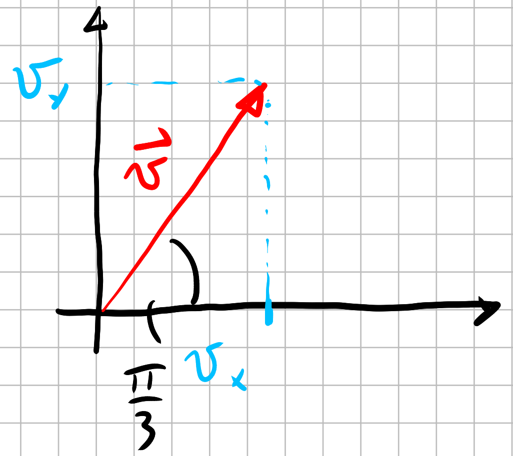
$$\cos\theta = \frac{9}{3\sqrt{2}\sqrt{5}} \mapsto \theta = \arccos\left(\frac{9}{3\sqrt{2}\sqrt{5}}\right) = 0.32 \text{ rad} = 18.49^\circ$$

(2) $\vec{v} = \hat{x} + 4\hat{y} - 2\sqrt{2}\,\hat{z}$, $v = ?$, $\hat{v} = ?$

$v = \sqrt{1 + 16 + 8} = 5$, $\hat{v} = \frac{\vec{v}}{v} = \frac{1}{5}\hat{x} + \frac{4}{5}\hat{y} - \frac{2\sqrt{2}}{5}\hat{z}$

(3) $\vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y}$, $v = 4$. $\vec{v}$ FORMA UN ANGOLO $\frac{\pi}{3}$ CON L'ASSE X

$v_x = ?$, $v_y = ?$

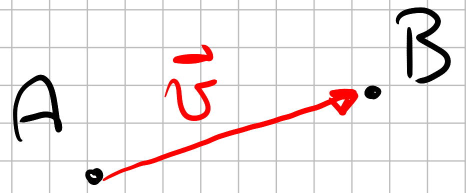


$v_x = v\cos\theta = 4\,\frac{1}{2} = 2$

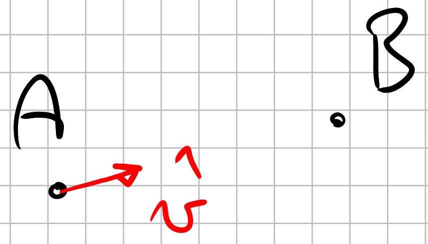
$v_y = v\sin\theta = 4\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \simeq 3.46$

4) $A = (1,2,0)$, $B = (6,3,0)$

a) trovare il vettore che congiunge A con B
cioè il vettore che parte da A e arriva in B



b) la distanza tra A e B



c) il versore che punta da A a B

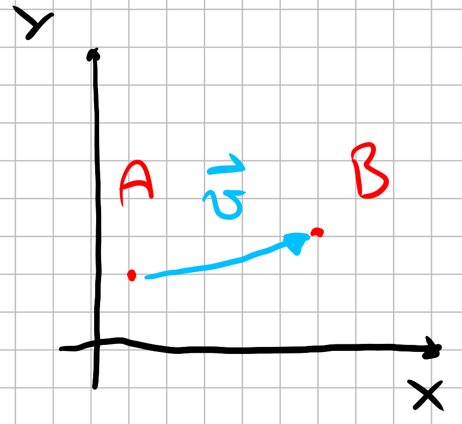
d) il versore che punta da B ad A

vettore $\vec{e}$ che va da $\vec{c}$ a $\vec{d}$, $\vec{c} + \vec{e} = \vec{d}$

$A = (1,2,0)\,,\quad B = (6,3,0)$

a) $\vec{v}_A + \vec{v} = \vec{v}_B \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = (6,3,0) - (1,2,0) =$

$= (5,1,0)$



b) $v = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$

c) $\hat{v} = \dfrac{\vec{v}}{v} = \dfrac{1}{\sqrt{26}}(5,1,0)$

d) $\hat{v}_{BA} = -\hat{v} = -\dfrac{1}{\sqrt{26}}(5,1,0)$

(5) $\vec{a} = (2,3,0)$, $\vec{b} = (-2,h,0)$ (a) Che h dobbiamo usare affinché si abbia $\vec{a} \perp \vec{b}$

(b) Quale h affinché si abbia $\vec{a} \,//\, \vec{b}$ oppure $-\vec{a} \,//\, \vec{b}$?

(a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{-4 + 3h + 0 = 0} \Rightarrow 3h = 4 \Rightarrow h = \frac{4}{3}$

(b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\theta \begin{cases} ab \\ -ab \end{cases}$

$(1, 0, 2)$

$(4, 0, 8)$

$(-2, 0, -4)$

PARALLELI

ANTI PARALLELI

$\vec{a} = (2,3,0)$

$\vec{b} = (-2,h,0)$

$h \to -3$

ESERCIZIO 0

$$q_1 = 10^{-9}\,C \quad , \quad q_2 = -2 \cdot 10^{-9}\,C$$

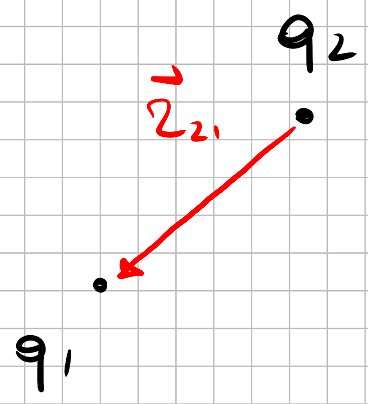
$$\vec{r}_1 = (1,0,2) \qquad \vec{r}_2 = (0,-1,0) \qquad \text{(misurate in m)}$$

(a) qual è l'espressione di $\vec{F}_{21}$ (che q_2 genera su q_1)

(b) calcolare F_{21}

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_{21} = \vec{r}_1 \Rightarrow$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}_{21}}{r_{21}^2} \quad , \quad \vec{r}_{21} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (1,0,2) - (0,-1,0) = (1,1,2)$$



$$r_{21} = \sqrt{6} \Rightarrow \hat{r}_{21} = \frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,2) \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{6}\frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,2) = \frac{q_1 q_2}{24\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,2)}$$

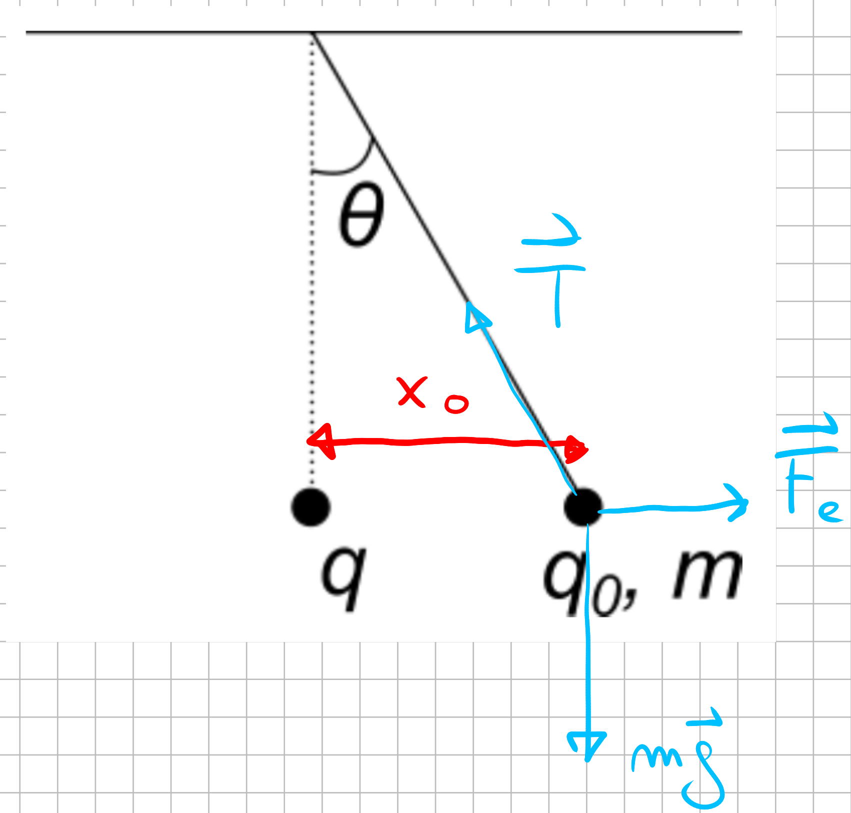
$$\vec{F}_{21} = A\,\hat{r}_{21} = A\,\frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,2)$$

$$\underline{F_{21} = |A|\,|\hat{r}_{21}|} = A$$

nel caso della forza di Coulomb

$$\boxed{F_{21} = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r_{21}^2}}$$

ESERCIZIO 1



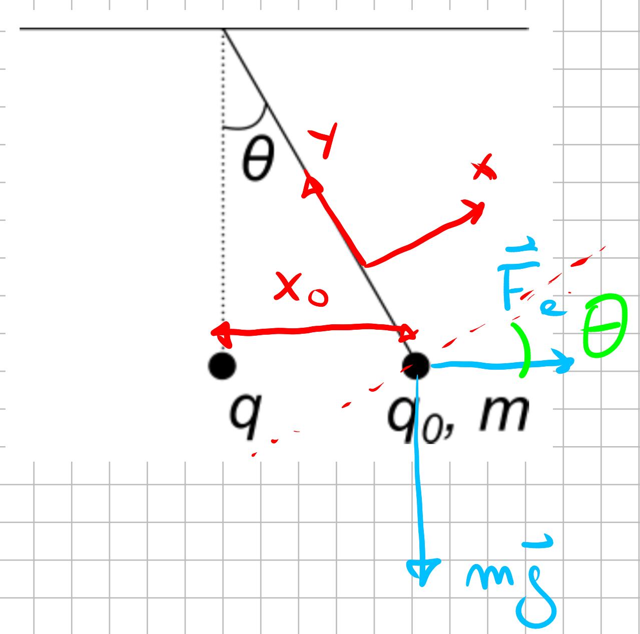
① scrivere l'espressione di $\theta = \theta(x_0)$

② calcolate θ per $m = 2 \cdot 10^{-3}$ Kg

$q_0 = 2 \cdot 10^{-9}$ C

$q = 5 \cdot 10^{-7}$ C

$x_0 = 5$ cm

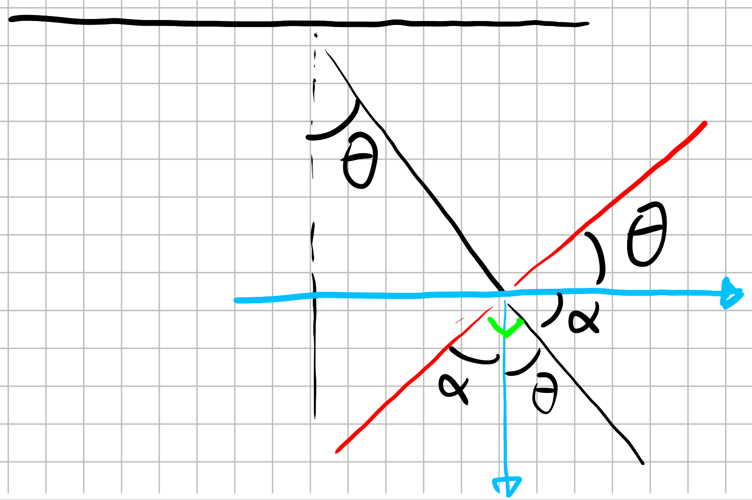


$$\vec{T} + \vec{F}_e + m\vec{g} = 0$$

$$F_e \cos\theta = mg\sin\theta \Rightarrow$$

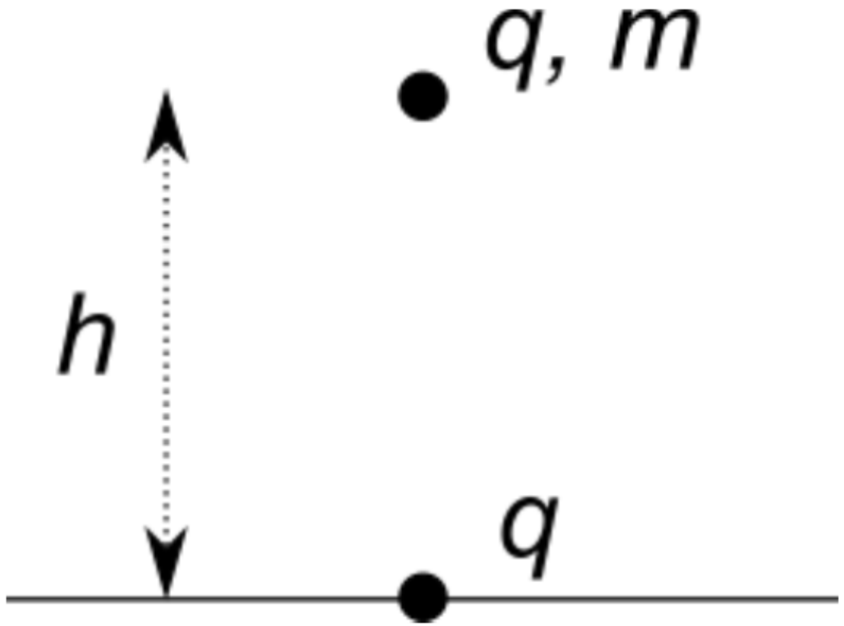
$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \mathrm{tg}\,\theta = \frac{F_e}{mg} = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x_0^2}\frac{1}{mg}$$

COSTRUZIONE GEOMETRICA



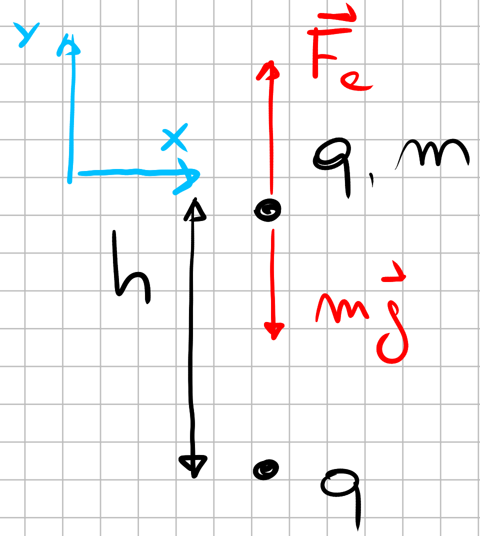
$$\alpha + \theta = \frac{\pi}{2}$$

ESERCIZIO 2



Un corpo di massa m avente carica q è sospeso ad una distanza h dal suolo, dove è presente un'altra carica dello stesso valore (q). Il sistema si trova in equilibrio. Entrambe le cariche possono essere considerate puntiformi.

1. Scrivere la relazione tra m e q per la quale il corpo rimane sospeso ad altezza h.
2. Data la relazione trovata al punto precedente, se $h = 10^{-2}$ m e $m = 3 \times 10^{-3}$ g, quanto vale q?
3. Di quante cariche elementari "spaiate" abbiamo bisogno per generare la carica di cui al punto precedente?



SOLUZIONE

$$\vec{F}_e + m\vec{g} = 0$$

$$F_e - mg = 0 \iff F_e = mg$$ uguali le componenti

$$F_e = mg$$ uguali i moduli

$$F_e = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{h^2} = mg$$