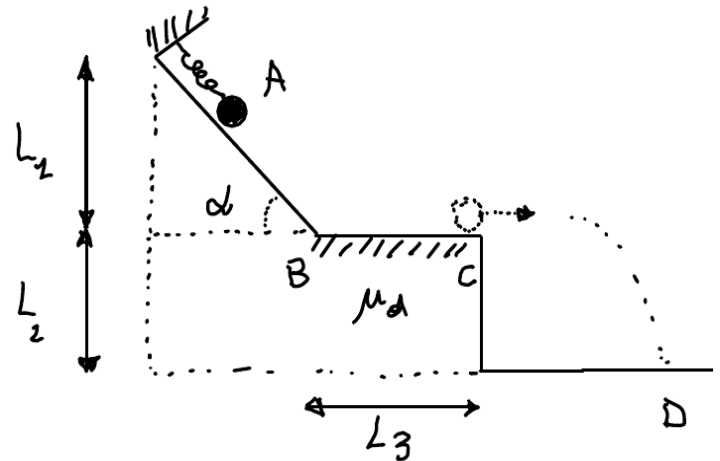


Esercizio 1

Su di un piano con inclinazione $\alpha = 60.0^\circ$ rispetto all'orizzontale e altezza $L_1 + L_2 = 10.00$ m si trova una massa $m_1 = 2.00$ Kg attaccata alla sommità del piano inclinato con una molla ideale di coefficiente elastico k_1 e lunghezza a riposo $l_{1,0} = 50.0$ cm. All'equilibrio la molla si trova nel punto A, ha una lunghezza $l_2 = L_1/3$ (con $L_1 = 2.00$ m) e il piano inclinato non ha attriti.



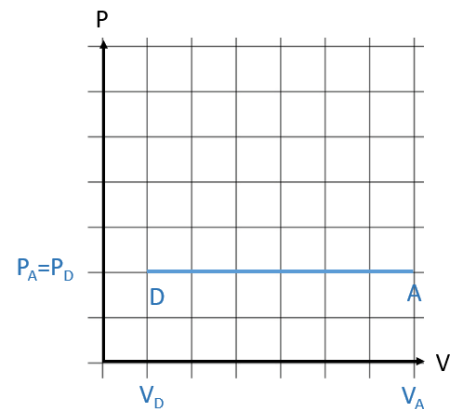
- a) Calcolare le forze agenti sulla massa all'equilibrio e descriverne i vettori. Si calcoli in particolare il valore di k_1 per cui c'è equilibrio.

In seguito, si assuma che la molla venga rimossa e il corpo di massa m_1 sia libero di muoversi, prima lungo il tratto AB, quindi lungo il tratto parallelo al suolo BC di lunghezza $L_3 = 1.50$ m, in cui è presente un attrito dinamico di coefficiente $\mu_d = 0.350$. Si calcoli:

- b) l'energia totale della massa m_1 nel punto B e nel punto C, specificando la quota scelta alla quale l'energia potenziale gravitazionale ha valore nullo.
 c) la distanza tra la base della parete verticale e il punto D percorsa in volo dalla massa una volta che ha lasciato il punto C.

Esercizio 2

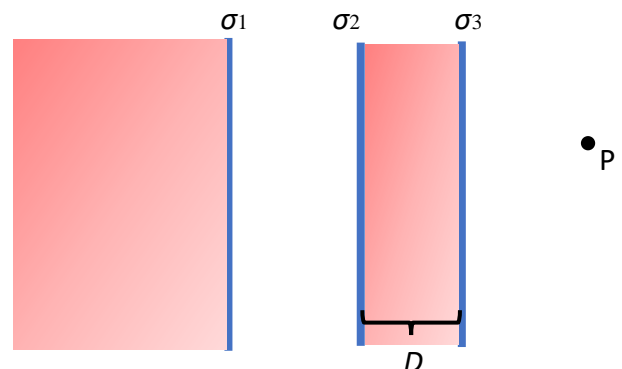
Duecento moli di un gas perfetto biatomico sono contenute in un cilindro ideale, chiuso da un pistone ideale libero di scorrere. Il volume iniziale nello stato A rappresentato nel piano di Clapeyron in figura è $V_A = 7.00$ m³ e la temperatura è $T_A = 450$ K. Il gas raggiunge poi lo stato B da A, con $V_B = 4/7 V_A$ e pressione $p_B = 2 p_A$, tramite una trasformazione lineare reversibile. Il gas compie poi una compressione isobara, al termine della quale il suo volume è $V_C = 1/7 V_A$, seguita da una trasformazione isocora fino al punto D, in cui la pressione raggiunge il valore che aveva in A. Il ciclo si chiude con un'espansione isobara, rappresentata in figura, da D ad A. Completare il disegno del ciclo ABCDA in figura e calcolare:



- a. la pressione del gas nello stato B;
 b. il lavoro totale e il calore totale nel ciclo, specificando se si tratta di lavoro compiuto o subito e di calore ceduto o assorbito;
 c. la variazione di energia interna per andare dallo stato A allo stato C;
 d. il calore scambiato nel transire dallo stato A allo stato C, commentando il segno ottenuto.

Esercizio 3

Consideriamo tre superfici piane parallele e infinite, uniformemente cariche con densità superficiale rispettivamente $\sigma_1 = \sigma_2 = 3.00$ nC/m² e σ_3 . Sapendo che il campo elettrico nel punto P della figura è nullo, calcolare:



- a. la densità superficiale di carica σ_3 indicando la direzione dei campi elettrici generati dalle tre lastre nelle regioni mostrate ombreggiate;
 b. la distanza D tra le due superfici se la differenza di potenziale tra le superfici di σ_2 e di σ_3 è $\Delta V = 4.00$ V;
 c. il tempo impiegato da una carica positiva $q = 5.00$ nC di massa $m = 4.30 \cdot 10^{-6}$ kg per andare dalla superficie di σ_2 alla superficie di σ_3 , partendo da ferma.

Soluzione 1

a)

Nel punto A la massa è soggetta alla forza peso di modulo $P = mg = 19.6$ N, diretta verso il basso, perpendicolare al suolo, alla forza di reazione vincolare del piano che bilancia la componente $P \cos \alpha = 9.8$ N. La componente lungo il piano invece di modulo $P \sin \alpha = 17.0$ N bilancia la forza elastica F di modulo $F = k_l (l_2 - l_{l,0}) = 0.167 k_l$ diretta verso l'alto del piano in quanto la molla è allungata rispetto alla posizione di riposo. All'equilibrio si ha quindi, lungo il piano, $0.167 k_l = 17.0$ N da cui $k_l = 102$ N/m.

b) Una volta rilasciata la molla la massa scende sul piano inclinato raggiungendo il punto B con energia totale data dall'energia cinetica nel punto B e dal valore dell'energia potenziale alla quota di B

Conservando l'energia in quanto non ci sono attriti lungo il piano inclinato abbiamo

$U_A = mg(L_2 + L_1 - L_1/3 \sin \alpha) = 184.7$ J chiaramente in B l'energia totale è la stessa in quanto non ci sono forze dissipative. Le sue componenti sono:

$$U_B = mgL_2 = 156.8, K_B = U_A - U_B = 27.9$$

In C invece l'energia potenziale resta la stessa, non variando la quota mentre la componente cinetica

è decresciuta del lavoro fatto dalla forza di attrito lungo BC ovvero $L = -mg \mu_d L_3 = -10.3$ J

quindi $K_C = 17.6$ J. Quindi l'energia totale sarà $K_C + U_B = 174.4$ J.

c) La massa lascia il gradino al punto C con velocità orizzontale parallela al suolo di

modulo $v_c = \sqrt{(2K_C/m_1)} = 4.195$ m/s. Percorrerà il tratto con velocità costante in un tempo di volo t

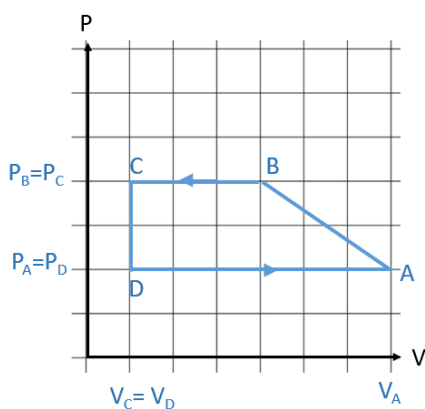
pari a quello di caduta dall'altezza L_2 quindi $t = \sqrt{(2L_2/g)} = 1.278$ s. Quindi il tratto CD sarà

lungo 5.36 m.

Soluzione 2

1) $V_A = 7.0$ m³; $V_B = 4.0$ m³; $V_C = V_D = 1.0$ m³

Dati i valori di V in ogni punto e data la pressione in B doppia che in A, il ciclo è così rappresentato:



Si può trovare la pressione in A usando l'equazione di stato dei gas perfetti

$$P_A = \frac{nRT_A}{V_A} = \frac{200 \times 8.314 \times 450}{7} = 1.07 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_B = 2P_A = 2.14 \times 10^5 \text{ Pa}$$

- 2) In un ciclo, il lavoro è l'area racchiusa, quindi usando la formula dell'area di un trapezio (o sommando area di triangolo e rettangolo) si ottiene: $L = (6 + 3) \text{ m}^3 \cdot (2P_A - P_A)/2 = 4.82 \cdot 10^5 \text{ J}$.

Il ciclo è percorso in senso antiorario, quindi $L < 0$ (lavoro subito, ovvero fatto dall'ambiente sul sistema). $\Delta U = 0$ in un ciclo, quindi $Q=L$, con $Q < 0$ (calore ceduto all'ambiente).

3) $\Delta U = n c_v (T_C - T_A)$, con c_v per gas biatomici = $5/2 R$ e $T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{2.14 \times 10^5 \times 1}{200 \times 8.314} = 129 \text{ K}$

$$\Delta U = n c_v (T_C - T_A) = 200 \cdot 2.5 \cdot 8.314 (129 - 450) = -1.33 \cdot 10^6 \text{ J}$$

4) $Q_{AC} = Q_{AB} + Q_{BC} = Q_{\text{tot}} - (Q_{CA}) = L_{\text{tot}} - (Q_{CD} + Q_{DA})$

$$Q_{CD} = \Delta U_{CD} = n c_v (T_D - T_C)$$

$$Q_{DA} = n c_p (T_A - T_D),$$

$$\text{con } T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{P_A \frac{1}{7} V_A}{nR} = \frac{1}{7} T_A = 64.3 \text{ K}$$

$$c_p \text{ per gas biatomici} = 7/2 R$$

$$Q_{AC} = -4.82 \cdot 10^5 \text{ J} - nR \times (2.5 \cdot (64.3 - 129) + 3.5 (450 - 64.3)) = -4.82 \times 10^5 \text{ J} - 19.8 \times 10^5 \text{ J} = -24.6 \times 10^5 \text{ J}$$

In alternativa si poteva calcolare come $Q_{AC} = L_{AC} - \Delta U_{AC}$, con ΔU_{AC} calcolato al punto 3) e lavoro da calcolare come somma dei lavori nei due tratti, o in vari altri modi.

Q_{AC} è negativo come atteso, perché nell'andare da A a C il gas si raffredda, quindi cede calore.

Soluzione 3

Imponendo che il modulo del campo elettrico in P è zero:

$$E = \sigma_1/2\epsilon_0 + \sigma_2/2\epsilon_0 + \sigma_3/2\epsilon_0 = 0$$

da cui ne deduciamo che:

$$\sigma_3 = -\sigma_1 - \sigma_2 = -6 \text{ nC/m}^2$$

Il segno deve essere negativo al fine di poter annullare il campo elettrico in P (σ_1 e σ_2 sono positivi).

Il modulo del campo elettrico tra B e C è:

$$E = \sigma_A/2\epsilon_0 + \sigma_B/2\epsilon_0 - \sigma_C/2\epsilon_0 = 674 \text{ V/m}$$

La distanza D è quindi ottenuta come:

$$D = \Delta V/E = 5.9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

La particella si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione pari a:

$$a = qE/m = 0.788 \text{ m/s}^2$$

il tempo impiegato è quindi dato da:

$$t = (2D/a)^{1/2} = 0.122 \text{ s}$$