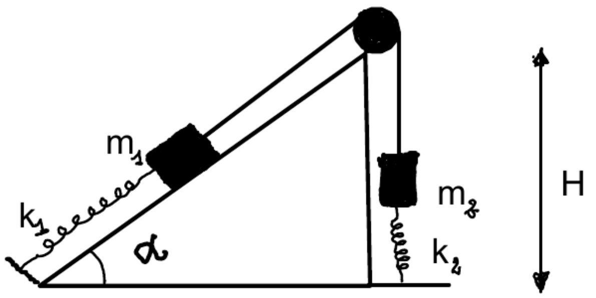
# Esonero del corso di Fisica per Scienze biologiche

**Proff. M.G. Betti, M. De Luca, G. De Gasperis, L. Graziani, R. Maoli – 07 Luglio 2023**

## Esercizio 1




Su di un piano con inclinazione $\alpha$ =60.0° rispetto al suolo e altezza $H$ = 3.00 m si trova una massa $m_1$ = 1.50 Kg attaccata alla base del piano con una molla ideale di coefficiente elastico $k_1$ = 100 N/m e lunghezza a riposo $l_{1,0}$ = 50.0 cm. La massa $m_1$ è connessa attraverso una fune e una carrucola ideali a una massa $m_2 = 2m_1$ che a sua volta è collegata al suolo attraverso una molla di coefficiente elastico $k_2$ e lunghezza a riposo $l_{2,0}$ = 50.0 cm (vedi figura). All'equilibrio la massa $m_1$ si trova a metà del piano inclinato mentre la molla attaccata a $m_2$ ha una lunghezza $l_2 = H/3$.

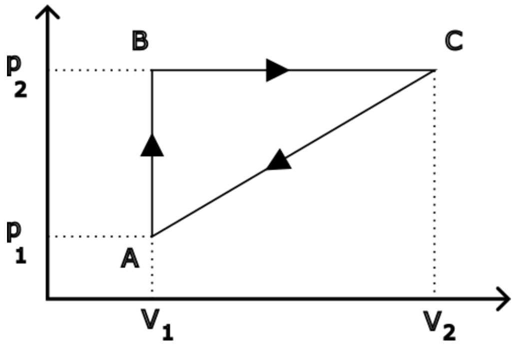
a) Calcolare la tensione $T$ della fune e il valore di $k_2$ affinché ci sia equilibrio. Si noti che la molla con coefficiente $k_1$ è allungata e si assuma che non ci sia attrito statico sul piano nel punto di equilibrio.

In seguito, si assuma che la corda e la molla di coefficiente $k_1$ vengano rimosse e il corpo di massa $m_1$ sia libero di muoversi; si consideri inoltre che sul piano inclinato ci sia un attrito dinamico con coefficiente $\mu_d$ = 0.350. Si calcoli:

b) la velocità con cui $m_1$ raggiunge il suolo;

c) la distanza da terra della massa $m_2$, ancora connessa alla molla di costante $k_2$, nel momento in cui forza peso e forza elastica si controbilanciano.

## Esercizio 2




In un recipiente sono contenute 60 moli di gas ideale monoatomico che subiscono una trasformazione isocora reversibile da uno stato A di volume $V_1$ = 1.20 m$^3$ e pressione $P_1$ = 106 kPa a uno stato B di pressione finale $P_2$ = 212 kPa (vedi figura). Successivamente il gas segue una trasformazione isobara reversibile dallo stato B allo stato C di volume $V_2$ = 3.60 m$^3$.

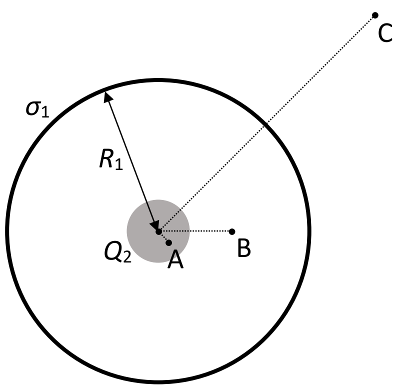
a) Determinare la quantità di calore scambiata in ciascuno dei due rami della trasformazione, $Q_{AB}$ e $Q_{BC}$, il lavoro compiuto o subito dal gas in ciascuno dei due rami della trasformazione, $L_{AB}$ e $L_{BC}$, e la variazione di energia interna del gas tra lo stato iniziale A e finale C, $\Delta U_{AC}$.

Il gas torna poi allo stato iniziale attraverso la trasformazione reversibile lineare CA mostrata in figura.

b) Determinare il lavoro compiuto nel ciclo ABC.

c) Nello stato finale A il recipiente è isolato e il pistone che lo chiude è bloccato immediatamente dopo aver introdotto al suo interno un cubo di ferro ($c_{Fe}$ = 450 J/kg·K) di massa $m_{Fe}$ = 50.0 g e di volume trascurabile. Se all'equilibrio la temperatura finale del sistema è $T_{eq}$ = 270 K, si calcoli la temperatura iniziale $T_{Fe}$ del cubo.

## Esercizio 3




Un guscio sferico di raggio $R_1$ = 10.0 cm centrato nel punto O è uniformemente carico con densità di carica superficiale $\sigma_1 = 2.00\cdot10^{-9}$ C/m$^2$. Nel guscio si trova una sfera conduttrice, concentrica al guscio, di raggio $R_2$ = 2.0 cm avente carica positiva $Q_2 = 4.00\cdot10^{-10}$ C. Calcolare:

a) il campo elettrico (modulo, direzione e verso) nei punti A, B e C che si trovano, rispettivamente, a distanza $d_A = R_2/2$, $d_B = R_1/2$ e $d_C = 2\,R_1$ da O.

b) la differenza di potenziale tra il punto C e il punto B: $V(C) - V(B)$.

c) Se una particella di massa $m = 6.50\cdot10^{-5}$ kg e carica $q = 3.70\cdot10^{-6}$ C è posta in quiete in C, si calcoli la velocità con cui arriva all'infinito.

# Soluzioni:

## Soluzione 1

a) Ci sono due incognite per due condizioni di equilibrio separate per le due masse: T e $k_2$.

$m_1$ è soggetta alla:

- propria forza peso la cui componente lungo il piano ha modulo P = $m_1$ g sin(60°) = 12.73 N, diretta verso il basso lungo il piano,
- tensione T incognita,
- forza elastica di modulo $F_1 = k_1 (L-l_{1,0})$ = 123.21 N, dove L=0.5*H/sin(60°) = 1.73 m, diretta verso il basso lungo il piano.

Considerando le componenti lungo il piano inclinato, per avere equilibrio si ha:
T = $k_1 (L-l_{1,0})$ + $m_1$ g sin(60°) = 123.21 + 12.73 = 136 N

$m_2$ è soggetta alla:

- propria forza peso di modulo P = $m_2$ g = 29.4 N diretta verso il suolo,
- tensione della fune T, calcolata al punto precedente e diretta verso l'alto,
- forza elastica di richiamo, di modulo $F_2 = 0.5\ k_2$ N,.diretta verso il basso poiché la molla è allungata di $\Delta x = (H/3 - l_{2,0})$ = 0.5 m

Perché ci sia equilibrio: T-P= $F_2$ da cui $k_2$ = 2*(136-29.4) N = 214 N/m.

b) Dopo la rottura di fune e molla, $m_1$ scende sul piano inclinato soggetta alla componente della forza peso calcolata in a) e frenata dall'attrito dinamico. Per conoscere la $v_1$ finale in modulo basta applicare la conservazione dell'energia totale:

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 - m_1g\frac{H}{2} = -\mu_d m_1 g \cos 60\, L \;\; \Rightarrow \;\; v_1 = \sqrt{g(H - \mu_d g \cos 60\, L)} = \sqrt{9.8(3 - 0.35 \cdot 1.73)} = 4.84 \text{ m/s}$$

c) La compressione s di $m_2$ richiesta si trova imponendo che la forza peso e la forza elastica repulsiva di $k_2$ si controbilancino ovvero, in modulo:
$k_2$ s = $m_2$ g, quindi s = 0.138 m, chiaramente minore della lunghezza a riposo $l_{2,0}$ ,
da cui la quota h = $l_{2,0}$ -s = 0.362 m.

## Soluzione 2

Calcoliamo preliminarmente le temperature negli stati A, B e C, di cui avremo bisogno in seguito, utilizzando la legge dei gas perfetti $pV = nRT$. Ricordiamo che $R = 8.314\, J\, K^{-1}\, mol^{-1}$ e i calori specifici molari a volume costante e pressione costante di un gas monoatomico valgono $c_v = \frac{3}{2}R$ e $c_p = \frac{5}{2}R$:

1. $T_A = (p_A\, V_A)/nR = 255\ K$
2. $T_B = (p_B\, V_A)/nR = 510\ K$
3. $T_C = (p_B\, V_B)/nR = 1530\ K$

A. Utilizziamo il primo principio della termodinamica per calcolare il calore scambiato nei due rami:
   a. Ramo AB: $\Delta U = Q - L$; ma per una trasformazione isocora $L = 0$ quindi $Q = \Delta U = nc_v(T_B - T_A) = \frac{3}{2}V_A(p_B - p_A) = 190.8\ kJ$ ;
      Ramo BC: $Q = \Delta U + L = nc_p(T_C - T_B) = \frac{5}{2}p_B(V_B - V_A) = 1272\ kJ.$
   b. Nel tratto AB il lavoro è banalmente nullo, mentre nel tratto BC ho $L = p_B(V_c - V_B) = 508.8\ kJ$

c. La variazione di energia interna dipende solo dalla variazione della temperatura tra gli stati A e C, quindi $\Delta U_{AC} = nc_v(T_C - T_A) = \frac{3}{2}(p_C V_C - p_A V_A) = 954\ kJ$.

B. Il lavoro compiuto nel ciclo è positivo (il ciclo è percorso in senso orario) e pari all'area delimitata dal ciclo: $L = \frac{1}{2}(p_B - p_A)(V_C - V_B) = 127.2\ kJ$.

C. Il sistema si comporta come un calorimetro: il calore ceduto dal ferro scalda il gas contenuto nel sistema che compie una trasformazione a volume costante finché la temperatura del gas e del materiale raggiungono la temperatura di equilibrio $T_{eq} = 270\ K$. Imponendo l'uguaglianza del calore scambiato tra gas e campione di ferro possiamo scrivere: $m_{Fe} c_{Fe}\left(T_{eq} - T_{Fe}\right) + nc_v\ \left(T_{eq} - T_A\right) = 0$; dalla quale possiamo ricavare la temperatura iniziale del blocco di ferro: $T_{Fe} = \frac{nc_v(T_{eq} - T_A)}{m_{Fe} c_{Fe}} + T_{eq} = 769K$

## Soluzione 3

a)

i) Per il punto A si ha $R_A < R_2 < R_1$. Il campo elettrico all'interno del guscio è nullo così come lo è il campo elettrico all'interno della sfera essendo conduttrice. Di conseguenza $E(A) = 0$.

ii) Il campo elettrico nel punto B con $d_B = R_1/2 = 5\ cm$ è dovuto solo alla sfera conduttrice, ha modulo $E(B) = k_0 \frac{Q_2}{d_b^2} = 1440\ V/m$, diretto radialmente e verso uscente dalla sfera conduttrice.

iii) Il campo elettrico nel punto C con $d_c = 2R_1 = 20\ cm$ è dovuto alla sovrapposizione dei campi della sfera conduttrice e del guscio sferico, ha modulo $E(C) = k_0 \frac{Q_2 + 4\pi R_1^2 \sigma_1}{d_c^2} = 146\ V/m$, ha direzione radiale e verso uscente dal guscio sferico.

b) Calcoliamo il potenziale nei punti B e C. Il potenziale nel punto C è $V(C) = k_0 \frac{Q_2 + 4\pi R_1^2 \sigma_1}{d_c} = 29.3$ V. Il potenziale nel punto B è pari al potenziale generato dalla sfera conduttrice carica più il potenziale (costante!) del guscio sferico carico di raggio $R_1$. Quest'ultimo è pari al potenziale dato dalla sola superficie sferica calcolato a $d = R_1$. Quindi $V(B) = k_0 \left(\frac{Q_2}{d_b} + \frac{4\pi R_1^2 \sigma_1}{R_1}\right) = 94.5$ V. La differenza di potenziale tra i punti B e C è $V(C) - V(B) = k_0 \left[\frac{Q_2 + 4\pi R_1^2 \sigma_1}{d_c} - \left(\frac{Q_2}{d_b} + 4\pi R_1 \sigma_1\right)\right]$ cioè:

$$V(C) - V(B) = k_0 \left[Q_2 \left(\frac{1}{d_c} - \frac{1}{d_b}\right) + 4\pi R_1 \sigma_1 \left(\frac{R_1}{d_c} - 1\right)\right] = -65.2 \text{ V}$$

c) Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ha: $\frac{1}{2}mv^2 + qV(\infty) = 0 + qV(C)$. Essendo nullo il potenziale all'infinito, si ha:
$v = \sqrt{2\frac{q}{m}V(C)} = 1.83$ m/s.