Corso di Fisica per biologia
Soluzione dell'esonero di meccanica del 29 Aprile 2014

a) Con la rampa verticale la forza esercitata dal congegno di blocco e la forza peso sono opposte alla forza elastica esercitata dalla molla compressa. Per tenere ferma la sferetta:

$$F_1 \geq k \cdot \Delta x - m \cdot g$$

con valore minimo

$$F_1 = k \cdot \Delta x - m \cdot g \cong 30.6 \times 3.71 \cdot 10^{-2} - 7.25 \cdot 10^{-3} \times 9.80 = 1.06\, N$$

Quando la rampa è inclinata la forza esercitata dal congegno di blocco, la componente della forza peso parallela alla rampa e la forza di attrito statico sono opposte alla forza elastica esercitata dalla molla compressa. Per tenere ferma la sferetta:

$$F_2 \geq k \cdot \Delta x - m \cdot g \cdot sin\alpha_2 - \mu_s \cdot m \cdot g \cdot cos\alpha_2$$

con valore minimo

$$F_2 = k \cdot \Delta x - m \cdot g \cdot (sin\alpha_2 + \mu_s \cdot cos\alpha_2)$$
$$\cong 30.6 \times 3.71 \cdot 10^{-2} - 7.25 \cdot 10^{-3} \times 9.80 \times (0.866 + 1.5 \cdot 0.215 \times 0.5) = 1.06\, N$$

[uguale al precedente fino a tre cifre significative, inferiore considerando altre cifre].

b) La velocità $\boldsymbol{v_0}$ può essere calcolata dal bilancio dell'energia meccanica (variazione dell'energia potenziale delle forze conservative, lavoro delle forze dissipative):

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} k \cdot \Delta x^2 - m \cdot g \cdot D \cdot sin\alpha_2 - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot cos\alpha_2 \cdot D$$

da cui

$$v_0 = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot \Delta x^2 - 2 \cdot g \cdot D \cdot (sin\alpha_2 + \mu_d \cdot cos\alpha_2)}$$

$$\cong \sqrt{\frac{30.6}{7.25 \cdot 10^{-3}} \times (3.71 \cdot 10^{-2})^2 - 2 \times 9.80 \times 8.27 \cdot 10^{-2} \times (0.866 + 0.215 \times 0.5)} = 2.06 \text{ m/s}$$

Più complicata la soluzione con analisi cinematica (moto ad accelerazione variabile finché la molla esercita la forza elastica; moto su piano inclinato scabro nel tratto D - Δx).

c) Il piccolo canestro è centrato dalla sferetta se si trova sulla traiettoria parabolica descritta dall'equazione del moto dei gravi:

$$y = x \cdot tan\alpha_2 - g \frac{x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot cos^2\alpha_2}$$

Posto $\boldsymbol{x = L = 0.279\ m}$ si avrà $\boldsymbol{y = h_c}$:

$$h_c = 0.279 \times \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) - 9.8 \times \frac{0.279^2}{2 \times 2.06^2 \times \left[cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]} \cong 0.123\, m = 12.3\, cm.$$

Allo stesso risultato si può arrivare considerando il moto rettilineo e uniforme sull'asse orizzontale (velocità iniziale $v_0\, cos\alpha_2$) e uniformemente accelerato ($-g$, con velocità iniziale $v_0\, sin\alpha_2$) sull'asse verticale, ed eliminando il tempo dalla combinazione delle due equazioni.