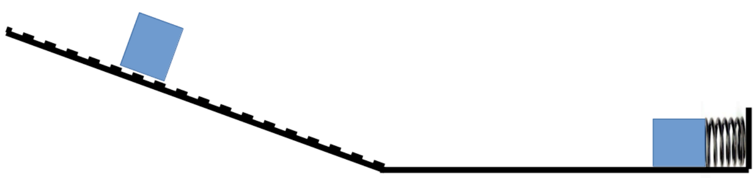
Esonero del corso di Fisica. Laurea Triennale in Scienze Biologiche
Proff. Betti, Maoli, Piacentini
26 Aprile 2017

Problema 1

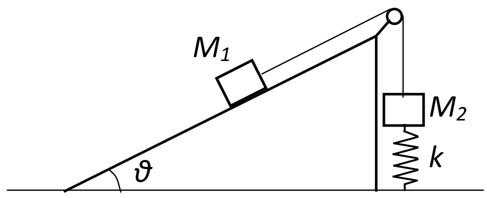
Due corpi entrambi di massa m=16 kg si trovano inizialmente nella posizione riportata in figura. Il primo corpo scende con un attrito dinamico μ_d = 0.13 lungo il piano inclinato di pendenza $\alpha = 20^o$, partendo da fermo da un'altezza h = 53 cm. Il secondo corpo è lanciato sul piano orizzontale privo di attrito da una molla con costante elastica k = 36000 N/m, inizialmente compressa di L = 12 cm rispetto alla posizione di riposo.
I due corpi si scontrano nella parte orizzontale del piano con un urto perfettamente elastico.
Supponendo il piano inclinato sufficientemente lungo, si chiede di:

a) calcolare la velocità dei corpi prima e dopo l'urto;
b) calcolare l'altezza massima a cui giunge il primo corpo risalendo il piano inclinato dopo l'urto;
c) calcolare l'energia dissipata dal primo corpo tra l'istante iniziale e l'istante in cui, risalendo il piano, arriva all'altezza massima.
d) Nel caso in cui la massa del primo corpo sul piano inclinato fosse piccolissima rispetto alla massa del secondo corpo lanciato dalla molla ($m_1 << m_2$), calcolare le velocità dei due corpi dopo l'urto.



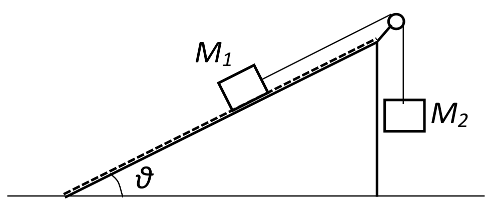
Problema 2

Due corpi di massa M_1 = 7.4 kg ed M_2 = 2.5 kg sono collegati tra loro tramite una corda inestensibile e di massa trascurabile passante per una carrucola ideale, come riportato in figura. Il primo corpo può scivolare senza attrito su un piano inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo θ. Il secondo corpo è ancorato a terra da una molla di costante elastica k = 270 N/m.
Sapendo che i due corpi sono fermi con la molla allungata di Δx = 8.2 cm rispetto alla posizione di riposo, si calcoli:



a) l'inclinazione del piano inclinato,
b) la tensione della corda.

c) Se al sistema descritto precedentemente viene tolta la molla e se tra il piano inclinato e il primo corpo si ha un attrito statico il cui coefficiente è μ_s = 0.45, calcolare quali sono i valori minimi e massimi della massa M_2 entro i quali i due corpi continuano a restare a riposo.



SOLUZIONI

Problema 1

a) per il corpo nella molla, che chiamiamo corpo 2, usiamo la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}kL^2$$

da cui

$v_2 = \sqrt{k/m}\,L = 5.7$m/s in modulo, diretta verso sinistra

Per il corpo sul piano inclinato, che chiamiamo corpo 1, usiamo la conservazione dell'energia meccanica in presenza di una forza non conservativa: la forza di attrito. Scivolando il corpo risente di una forza di attrito pari a $F_{att} = -\mu mgcos\ (\alpha)$ per un tratto di lunghezza $d = h/sin\ (\alpha)$

$$E_{finale} = E_{iniziale} + L_{non_{cons}}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh - \mu mg\cos(\alpha)\frac{h}{\sin(\alpha)}$$

da cui

$v_1 = \sqrt{2gh - 2\mu g\frac{h}{\tan(\alpha)}} = \sqrt{2gh\left(1 - \frac{\mu}{\tan\alpha}\right)} = 2.6$ m/s, in modulo, diretta verso destra.

Dopo l'urto, i corpi di massa uguale si scambiano di velocità. Indichiamo con le lettere maiuscole le velocità dopo l'urto. Si ha:

$V_2 = v_1$ =2.6 m/s, verso destra

$V_1 = v_2$=5.7 m/s, verso sinistra

b) procediamo come per la discesa del corpo 1, tenendo cono del fatto che questa volta l'incognita è l'altezza finale a cui il corpo arriva:

$$mgh_{finale} = \frac{1}{2}mV_1^2 - \mu mg\frac{h_{finale}}{\tan(\alpha)}$$

da cui

$$h_{finale}\left(1 + \frac{\mu}{\tan(\alpha)}\right) = \frac{V_1^2}{2g}$$

quindi:

$$h_{finale} = \frac{V_1^2}{2g\left(1 + \frac{\mu}{\tan(\alpha)}\right)} = 1.2\ \mathrm{m}$$

c) L'energia dissipata è pari al lavoro della forza di attrito durante la discesa e la salita del corpo 1. Vale quindi

$$E_{diss} = \mu mgcos(\alpha)\left(\frac{h}{\sin\alpha} + \frac{h_{finale}}{\sin\alpha}\right) = \mu mg\frac{h + h_{finale}}{\tan\alpha} = 98\ \mathrm{J}$$

d) Se il corpo 1 ha massa m_1<<m_2, si usa la formula per l'urto elastico, trascurando m_1 rispetto a m_2. Nelle formule si deve tener conto del segno che hanno le velocità. Daremo quindi segno negativo ai valori della v_2.

$$V_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = 2v_2 - v_1 = -14\,m/s$$

$$V_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} = v_2 = -5.7\,m/s$$

Quindi il corpo 2 mantiene la stessa velocità, mentre il corpo 1 acquista molta più velocità.

Problema 2

a e b) Imponendo le condizioni di equilibrio statico per i due corpi si ha:

$$T - M_1 g\sin\theta = 0$$
$$k\Delta x + M_2 g - T = 0$$

Risolvendo per $\sin\vartheta$ e T si ottiene:

$$\sin\theta = \frac{M_2}{M_1} + \frac{k\Delta x}{M_1 g} = \frac{2.5}{7.4} + \frac{270 \cdot 0.082}{7.4 \cdot 9.8} = 0.643 \Rightarrow \theta = 40°$$
$$T = M_1 g\sin\theta = 7.4 \cdot 9.8 \cdot \sin 40° = 47\ N$$

c) Quando la massa del secondo corpo è grande, il primo tende a muoversi verso l'alto e quindi la forza di attrito statico è diretta verso il basso. In questo caso si ottiene il sistema:

$$M_2 g - T = 0$$
$$T - M_1 g\sin\theta - F_{A,S} = 0$$

Risolvendo per $F_{A,S}$ si ha:

$$F_{A,S} = M_2 g - M_1 g\sin\theta \le \mu_S M_1 g\cos\theta \Rightarrow M_2 \le M_1(\sin\theta + \mu_S\cos\theta) = 7.3\ \text{Kg}$$

Dove si è utilizzata la condizione $N = M_1 g\cos\theta$

Quando la massa del secondo corpo è piccola, il primo tende a muoversi verso il basso e quindi la forza di attrito statico è diretta verso l'alto. In questo caso si ottiene il sistema:

$$M_2 g - T = 0$$
$$T - M_1 g\sin\theta + F_{A,S} = 0$$

Risolvendo per $F_{A,S}$ si ha:

$$F_{A,S} = -M_2 g + M_1 g\sin\theta \le \mu_S M_1 g\cos\theta \Rightarrow M_2 \ge M_1(\sin\theta - \mu_S\cos\theta) = 2.2\ \text{Kg}$$