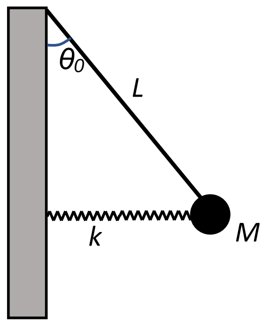
# Esame scritto del corso di Fisica per Scienze biologiche

**Proff. M.G. Betti, M. De Luca, F. Frasca, L. Graziani, R. Maoli – 27 gennaio 2023**

## Esercizio 1




Un corpo di massa $M$ è mantenuto fermo da una corda inestensibile e di massa trascurabile e da una molla di costante elastica $k$ = 810 N/m. La corda ha una lunghezza $L$ = 1.60 m, è inclinata di $\theta_0$ = 40.0° rispetto alla verticale ed è fissata a una parete; la molla è in orizzontale ed è fissata alla stessa parete (vedi figura).

a) Sapendo che la corda esercita sul corpo una tensione $T_0$ = 35.0 N, calcolare la massa $M$ del corpo e la deformazione $\Delta x$ della molla, specificando se questa è allungata o compressa.

A un certo istante la molla si rompe e il corpo inizia a muoversi. Calcolare:

b) la velocità $v$ del corpo immediatamente prima dell'urto con la parete;
c) la tensione $T_1$ della corda appena dopo la rottura della molla, quando il corpo inizia a muoversi, e la tensione $T_2$ immediatamente prima dell'urto con la parete;
d) l'energia persa dal corpo nell'urto con la parete, sapendo che il corpo risale facendo assumere alla corda un angolo massimo $\theta_2$ = 30.0° rispetto alla verticale.

## Esercizio 2

In una macchina termica si trovano tre moli di gas perfetto monoatomico che compiono un ciclo termodinamico. Il sistema passa dalla stato A con pressione iniziale $p_A$ = 6 atm e volume $V_A$ = 3 dm$^3$ allo stato B a pressione $p_B = p_A/2$ tramite una espansione isoterma, poi nella trasformazione successiva la pressione aumenta fino ad arrivare al valore $p_C = 2p_A$ e il volume rimane costante. Il ciclo si chiude con una trasformazione in cui il valore della pressione varia linearmente con il volume.

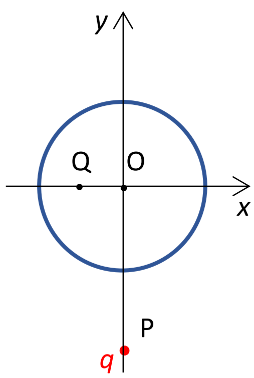
Si chiede di:

1-rappresentare graficamente il ciclo termodinamico nel piano (p,V)

2- calcolare le coordinate termodinamiche P, V e T del sistema nei tre stati A, B, C;

3- calcolare le quantità di calore Q, il lavoro L e la variazione di energia interna per ciascuna trasformazione e per l'intero ciclo

## Esercizio 3




Un guscio sferico, avente densità di carica superficiale uniforme $\sigma$ = - 4.00 μC/m$^2$, ha centro in O e raggio pari a R= 40.0 cm. Una carica puntiforme di massa $m$ e carica $q$ = 5.00 nC si trova ferma nel punto P di coordinate (0, -2$R$) come in figura.

a) Calcolare modulo, direzione e verso del campo elettrico generato dal guscio sferico in O, in P, e nel punto Q di coordinate (-$R/2$,0).
b) Calcolare $m$ affinché la carica $q$ sia in equilibrio.
c) Si imprima ora una velocità verso l'alto, di modulo v= 5.00 m/s, alla carica $q$ nel punto P. Calcolare con che velocità $q$ raggiunge il centro del guscio sferico O, nell'ipotesi che $q$ passi attraverso il guscio tramite un foro di dimensioni trascurabili. Si noti che la forza gravitazionale non è trascurabile.

**Soluzione 1**

a) Scomponendo le forze agenti sul corpo in direzione orizzontale e verticale e imponendo che la risultante sia nulla, si ha:

$$\begin{aligned} Mg &= T\cos 40° \\ kx &= T\sin 40° \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M &= \frac{T\cos 40°}{g} = 2.74 \text{ kg} \\ x &= \frac{T\sin 40°}{k} = 2.78 \text{ cm} \end{aligned}$$

La forza elastica dev'essere diretta verso destra e quindi la molla è compressa.

b) Imponendo la conservazione dell'energia meccanica tra l'istante in cui il corpo inizia a muoversi e quello in cui sta per toccare a parete, si trova:

$$\frac{1}{2}Mv^2 = MgL(1-\cos 40°) \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gL(1-\cos 40°)} = 2.71 \text{ m/s}$$

c) Subito dopo la rottura della molla il corpo inizia a muoversi con velocità pari a zero e quindi la forza centripeta iniziale è nulla. La tensione della corda deve controbilanciare la componente della forza peso nella direzione della corda:

$$T_1 = Mg\cos 40° = 20.6 \text{ N}$$

Viceversa, prima dell'urto con la parete la risultante nella direzione verticale è uguale alla forza centripeta associata alla velocità $v$.

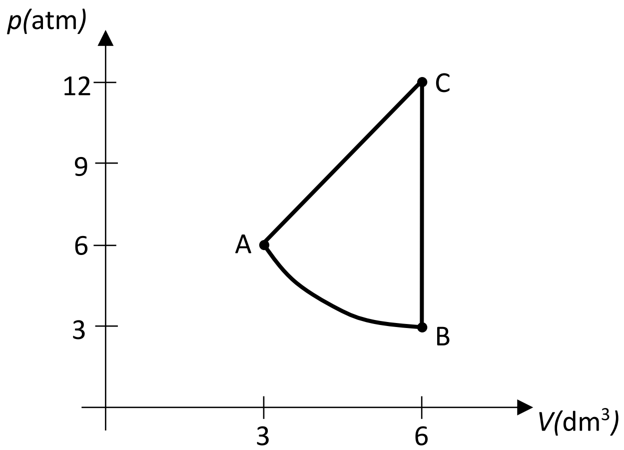
$$T_2 - Mg = M\frac{v^2}{L} = M\,2g(1-\cos 40°) \quad \Rightarrow \quad T_2 = Mg[1+2(1-\cos 40°)] = 39.4 \text{ N}$$

d) L'energia persa durante l'urto si trova facendo la differenza tra l'energia cinetica del corpo immediatamente dopo l'urto e quella immediatamente prima. Osservando che l'energia cinetica è uguale all'energia potenziale rispettivamente al massimo della risalita e all'inizio del moto del corpo, si ha:

$$\Delta E = K_2 - K_1 = U(\theta_2) - U(\theta_1) = MgL[\cos\theta_2 - \cos\theta_1] = -4.30 \text{ J}$$

**Soluzione 2**

a) La rappresentazione grafica del ciclo sarà




b) Dall'equazione di stato dei gas perfetti

stato A:

$T_A = p_A V_A/nR = =73.2$ K

stato B:

$p_B = p_A/2 \qquad T_B = T_A = 73.2$ K

$V_B = nR\,T_B / p_B = 2\,nR\,T_A / p_A = 2\,V_A = 6x10^{-3}\ m^3$
stato C:
$p_C = 2\,p_A \qquad V_C = V_B = 6x\ 10^{-3}\ m^3$
$T_C = p_C\,V_C / nR = 4\,T_A = 292.8\ K$

c) Dal primo principio della termodinamica, nella trasformazione isoterma AB
$\Delta U=0$
$L=nRT\ln V_B / V_a =1265J$

$Q=L_{AB}$

Nella trasformazione isocora BC

$L=0$

$Q_{BC}= \Delta U_{BC} =nc_v\Delta T =8203J$

Nella trasformazione lineare CA

$\Delta U_{tot}=0 \quad \Delta U_{CA}=- \Delta U_{BC}=-8203J$

$L_{CA} = 3p_AV_A/2 =-2735\ J$

$Q_{CA}= L_{CA}+ \Delta U_{CA}=-10938J$

Nell'intero ciclo $\Delta U_{tot} =0 \quad L_{tot}=-1470J \quad Q_{tot} =-1470J$

**Soluzione 3**

a) Applicando il teorema di Gauss si vede che il campo elettrico generato dal guscio è nullo in O e in Q, mentre è non nullo e diretto verso l'interno nei punti sulla superficie del guscio ed esterni. Quindi si ha nel punto P un campo diretto verso $+\hat{y}$ e di modulo:

$$E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(2R)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi R^2|\sigma|}{(2R)^2} = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0 4} = 1.13\ \cdot 10^5 N/C$$

b) In P la carica è spinta verso l'alto dalla forza elettrostatica attrattiva, generata dal campo $E_P$ sopra calcolato, e verso il basso dalla forza peso. All'equilibrio le due forze si devono bilanciare. Si possono quindi uguagliare i loro moduli:

$$F_{peso} = mg = F_{Coulomb} = |q||E_P|$$

$$m = \frac{|q||E_P|}{g} = \frac{5.00\ \cdot 10^{-9} C\ \cdot\ 1.13\ \cdot 10^5 N/C}{9.81\ \mathrm{N/kg}} = 0.576\ \cdot 10^{-4}\ kg$$

c) La velocità finale della particella si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica (che include anche l'energia potenziale gravitazionale mgh, con h=2R):

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{m}(U_P - U_O) + v_{in}^2 - g4R} = \sqrt{\frac{2q}{m}(V_P - V_O) + v_{in}^2 - g4R}$$

Bisogna quindi calcolare la differenza di potenziale elettrostatico $V_P - V_O$ dovuta al guscio sferico.

$$(V_P - V_O) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{R}\right) = -\frac{4\pi R^2\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2R}\right) = -\frac{R\sigma}{2\varepsilon_0},$$ che è >0 essendo $\sigma$<0.

Da cui deriva una velocità finale in O pari a $v_f = \sqrt{-\frac{2q}{m}\frac{R\sigma}{2\varepsilon_0} + v_{in}^2 - g4R} =$

$$\sqrt{\frac{5.00\cdot 10^{-9} C}{0.576\ \cdot 10^{-4} kg} 0.4\ m\ 4.52\ \cdot \frac{10^5 N}{C} + \left(5.00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 9.81\ \mathrm{N/kg}\cdot 1.6\mathrm{m}} = 5.05\,m/s$$