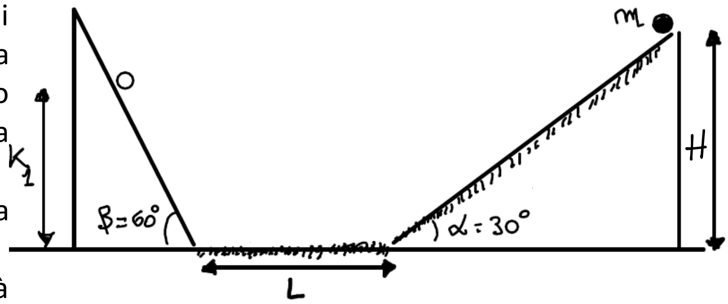
Esame scritto del corso di Fisica per Scienze biologiche

Proff. M. De Luca, F. Frasca, L. Graziani, R. Maoli, R. Schneider – 7 novembre 2022

Esercizio 1

Si consideri la situazione in figura in cui una pallina di massa m = 10.0 gr si trova inizialmente ferma ad una altezza iniziale H = 90.0 cm di un piano inclinato rispetto al suolo di un angolo α = 30.0°, grazie alla presenza di attrito statico di coefficiente μ_s.



a) Si calcoli il valore minimo di μ_s perché la pallina resti ferma all'altezza H.

All'istante t_0 = 0 s si imprime alla pallina una velocità iniziale di modulo v_0 = 1.50 m/s (orientata lungo il piano, verso il basso) e la pallina inizia la propria discesa in presenza di attrito dinamico di coefficiente pari a μ_d = 0.250.

b) Si calcolino il tempo di discesa t_1 fino al suolo e la corrispondente energia cinetica E_1 all'arrivo.

Una volta al suolo la pallina percorre un tratto orizzontale di lunghezza L = 70.0 cm caratterizzato dallo stesso coefficiente d'attrito dinamico, quindi risale sul secondo piano, inclinato di un angolo β = 60.0°, senza essere soggetta a nessun attrito.

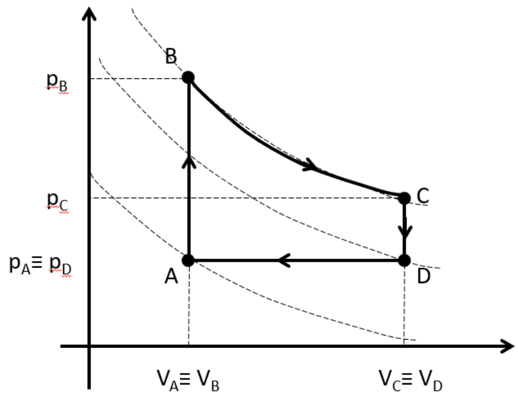
c) Si calcoli la massima altezza K_1 a cui arriva la pallina risalendo il secondo piano inclinato.
d) Si calcolino infine il lavoro totale della forza gravitazionale e il lavoro totale della forza d'attrito nei tre tratti.

Esercizio 2

Si consideri un cilindro contenente una mole di O_2 (volume iniziale V_A = 36.0 dm^3 e pressione iniziale p_A = 1.00 x 10^5 Pa). Il cilindro è chiuso da un pistone ideale. Il gas compie un ciclo completo ABCDA composto da quattro trasformazioni reversibili (nell'ordine: isocora, isoterma, isocora, isobara), come mostrato in figura.

Sapendo che T_B = 650 K e T_D = 500 K, calcolare:

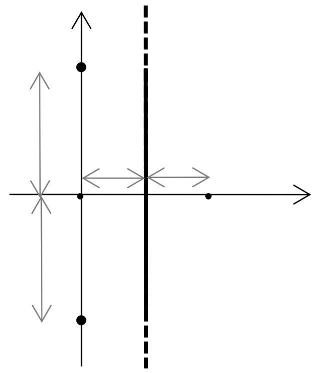
a) la temperatura nello stato A e la pressione nello stato C;
b) il lavoro fatto in ciascuna trasformazione, specificando se si tratta di un lavoro compiuto o subito;
c) la quantità di calore totale scambiato per l'intero ciclo (specificando se assorbito o ceduto), la variazione di energia interna per la trasformazione da D ad A e per l'intero ciclo.



Esercizio 3

Due cariche puntiformi Q_1 = 5.00 µC si trovano nei punti di coordinate (0, ±2d); a una distanza d, a destra dalle due cariche è posizionata una lamina infinita omogeneamente carica.

a) Calcolare la densità di carica superficiale σ della lamina sapendo che il campo elettrico totale è nullo nel punto P di coordinate (2d, 0).
b) Calcolare il campo elettrico totale, in modulo, direzione e verso, nel punto O di coordinate (0, 0).
c) Supponendo che una particella di carica $q = 3.70 \cdot 10^{-7}$ C e di massa $m = 7.60 \cdot 10^{-6}$ kg venga lasciata libera di muoversi, partendo da ferma, nel punto O, calcolare con che velocità raggiunge il punto P, nell'ipotesi che la particella passi attraverso la lamina tramite un buco di dimensioni trascurabili e che la forza gravitazionale sia trascurabile.



Soluzione esercizio 1:

a) Perché ci sia una condizione di statica lungo il piano inclinato le forze agenti si devono bilanciare. Lungo il piano agiscono: (i) la componente del peso di modulo P_1 = mg cos(60°) e (ii) la forza di attrito, orientata in verso opposto, e di modulo proporzionale alla reazione vincolare $F_a = \mu_s$ mg sin(60°). Bilanciando le forze si ottiene:

$$mg\cos(60°) = \mu_s\, mg\sin(60°) \rightarrow \quad \mu_s = 1/tg(60°) = 0.577$$

b) Alla discesa la pallina si trova ad una altezza H con energia potenziale U_0 = mgH e energia cinetica iniziale $E_0 = ½\ m\ v_0^2$. Una volta al suolo la pallina possiede solo energia cinetica $E_1 = ½\ m\ v_1^2$ risultate dalla sottrazione all'energia iniziale dell'energia dissipata dalla forza di attrito dinamico lungo il tratto H/sin(30°):

$$L_F = -\mu_d\, mgH\sin(60°) / \sin(30°) = -0.433\, mgH$$

Conservando l'energia totale :

$$E_1 = E_0 + mgH + L_F$$

da cui: $E_1 = E_0 + mgH(1\text{-}0.433) \rightarrow E_1 = 61.3$ mJ.

E la velocità finale risulta essere v_1 = 3.50 m/s.
Il tempo di discesa t_1 = si ottiene dalla equazione per la velocità lungo il piano con accelerazione effettiva $g_{eff} = g(\cos(60°)\text{-}\ \mu_d \sin(60°)) = 2.78\ m/s^2$

$$v_1 = v_0 + g_{eff}\, t_1 \rightarrow t_1 = 719 \text{ ms}$$

c) Nel suo moto lungo il piano la pallina perde ulteriore energia a causa del lavoro della forza di attrito dinamico che ora si scrive $L_2 = mg\ \mu_d\ L$ essendo la reazione vincolare parallela al peso e di verso opposto. Poiché non ci sono forze di attrito lungo la seconda risalita possiamo scrivere l'energia potenziale finale come:

$$mgK_1 = E_1 - mg\ \mu_d\ L$$

per il principio di conservazione dell'energia totale. Sostituendo si otiene: K_1 = 44.9 cm

d) Il lavoro della forza gravitazionale è presente solo nel tratto di discesa e risalita dei due piani inclinati ed è pari alla perdita di potenziale fa i due casi per cui $L_{mg} = mg(H\text{-}K_1)$ = 44.1 mJ
Il lavoro delle forze di attrito è sempre negativo e presente nel tratto di discesa e in quello piano.
Il totale si scrive quindi:

$$L_{A\,=} -0.433\, mgH - 0.250\, mgL = -55.3 \text{ mJ}$$

Soluzione esercizio 2:

(1)

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{10^5 \cdot 36 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 8.314} = 433K$$

$$p_C = \frac{p_D}{T_D} T_C = \frac{p_A}{T_D} T_B = \frac{10^5 \cdot 650}{500} = 1.30 \cdot 10^5 Pa$$

(2)

Il lavoro da A a B e da C a D è nullo perché si tratta di trasformazioni isocore.
Il lavoro lungo l'isobara è:
L_{DA}= p_A (V_A – V_D)
Devo prima trovare V_D

$$V_D = V_C = \frac{nRT_C}{p_C} = \frac{1 \cdot 8.314 \cdot 650}{1.30 \cdot 10^5} = 0.0416 m^3$$

L_{DA}= p_A (V_A – V_D)=$10^5 \cdot (36 - 41.6) \cdot 10^{-3}$= -5.60 · 10^2J (negativo, quindi subito, ovvero fatto dall'ambiente sul sistema, come atteso nel caso di compressione).
Il lavoro lungo l'isoterma è:
L_{BC}= $nRT_B ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$=$1 \cdot 8.314 \cdot 650 \cdot 0.145$ = 7.84 · 10^2J (positivo, quindi compiuto, come atteso nel caso di espansione isoterma).

(3)

In un ciclo, ΔU=0, quindi Q_{tot}=L_{tot}= L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA}= (-5.60 + 7.84) · 10^2J = 2.24 · 10^2J
Q_{tot} è >0, quindi il calore è assorbito. Questo è atteso in quanto il ciclo è percorso in senso orario (lavoro totale positivo).

ΔU_{DA}= n c_v (T_A – T_D), con c_v per gas biatomici = 5/2 R
ΔU_{DA}= 1 · 2.5 · 8.314 (433– 500) = -14.0 · 10^2J
In alternativa, ΔU_{DA}= Q_{DA} -L_{DA} = n c_P (T_A – T_D)+ 5.60 · 10^2J = -14.0 · 10^2J

Soluzione esercizio 3:

a) Nel punto P il campo elettrico generato dalle due cariche puntiformi ha soltanto la componente *x*, visto che le componenti *y* si controbilanciano:

$$E_{puntiforme} = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{\left(2d\sqrt{2}\right)^2}cos45° = \frac{\sqrt{2}Q_1}{32\pi\varepsilon_0 d^2}$$

Imponendo $E_\sigma = -E_{puntiforme}$, si ha: $\sigma = \frac{-\sqrt{2}Q_1}{16\pi d^2} = -1.56 \cdot 10^{-6}\, C/m^2$

b) Nell'origine i campi generati dalle due cariche puntiformi si controbilanciano, quindi il campo elettrico totale è solo quello prodotto dalla lamina:

$$E_\sigma = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} = 8.81 \cdot 10^4\frac{V}{m}, versodestra$$

c) La velocità finale della particella si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica: $v_f = \sqrt{\frac{2q}{m}(V_O - V_P)}$.

Per quel che riguarda la lamina o punti O e P si trovano allo stesso potenziale e quindi si può considerare solo il contributo delle due cariche:

$$(V_O - V_P) = 2\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2d} - \frac{1}{2d\sqrt{2}}\right) = 4.39 \cdot 10^4 V$$

Da cui deriva una velocità finale $v_f = \sqrt{\left(\frac{2\cdot 3.7\cdot 10^{-7}}{7.6\cdot 10^{-6}}4.39 \cdot 10^4\right)} = 65.4\, m/s$