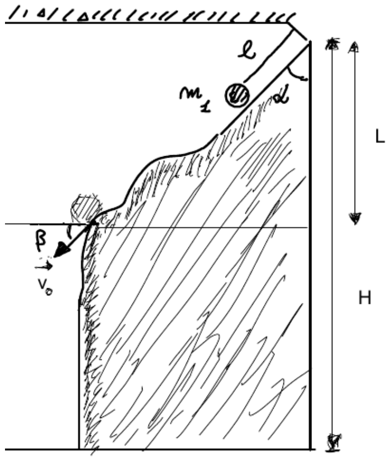
Esame scritto del corso di Fisica per Scienze biologiche

Proff. M. De Luca, F. Frasca, L. Graziani, R. Maoli, R. Schneider – 12 settembre 2022

Esercizio 1

Una pallina di gomma di massa m_1 = 500 gr si trova inizialmente ferma su un piano inclinato con angolo α= 60˚ rispetto alla verticale. Il piano è privo di attrito e la pallina è agganciata a una fune ideale di lunghezza l = 10.0 cm.



a) Si elenchino le forze agenti sulla pallina lungo tutte le direzioni e si calcoli la tensione $\vec{T}$ della corda. Si calcoli inoltre il valore minimo che dovrebbe avere il coefficiente μ_s perché un attrito statico possa sostituire l'effetto della corda nel tenere la pallina ferma.

Ad un certo istante la corda si spezza e la pallina scivola senza attrito lungo una parte irregolare del piano fino a staccarsene a una distanza L = 2.00 m dal tetto, come indicato in figura, con una velocità iniziale $\vec{v_0}$ inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo β = 45˚.

b) Si calcoli il valore del modulo di $\vec{v_0}$ e le equazioni del moto della pallina fino al suolo se l'altezza totale del tetto rispetto al suolo è H = 10.0 m.

Appena toccato il terreno la pallina subisce un primo urto, anelastico solo lungo la verticale, tale che essa torni a una altezza massima H-L dopo il rimbalzo. Lungo l'orizzontale invece non ci sono attriti e l'urto è perfettamente elastico.

c) Si calcoli l'energia dissipata nel primo urto con il suolo.

Esercizio 2

Un bollitore elettrico di alluminio ha massa M_b = 500 g ed è schematizzabile come una resistenza R = 20.0 Ω collegata a una tensione elettrica ΔV = 220 V. Vengono inseriti nel bollitore V_A = 0.750 l di acqua alla temperatura T_A = 25.0°C. Il bollitore impiega un intervallo di tempo Δt_1 = 135 s per raggiungere la temperatura di ebollizione dell'acqua. Assumendo che il bollitore e l'acqua abbiano la stessa temperatura, calcolare:

a) la frazione di calore prodotto dal bollitore che viene disperso nell'aria;

b) l'ulteriore intervallo di tempo Δt_2 che è necessario aspettare per far evaporare tutta l'acqua.

Se la quantità di calore totale prodotto dal bollitore in 15.0 s venisse fornita (senza dispersione nell'aria) a 3 moli di gas perfetto monoatomico che si trovano alla temperatura T_0 = 25.0°C all'interno di un cilindro adiabatico con base fissa chiuso da un pistone ideale (libero di scorrere senza attrito), calcolare:

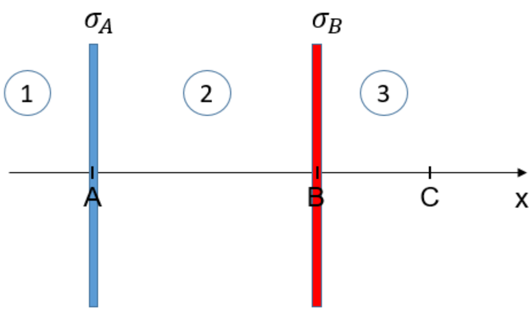
c) la temperatura finale del gas;

d) il lavoro fatto dal gas e la variazione di energia interna tra lo stato iniziale e lo stato finale.

Il calore specifico dell'alluminio e dell'acqua sono: c_{Al} = 880 J/(kg K), c_{H20} = 4186 J/(kg K) e il calore latente di evaporazione dell'acqua è λ_e = 2257 kJ/kg.

Esercizio 3

Due lastre parallele infinite A e B, di materiale isolante, con densità di carica superficiale $\sigma_A > 0$ e $\sigma_B = -2\sigma_A$, sono distanti $\overline{AB} = 2d$ = 8.00 cm. Il campo elettrico totale generato dalle due lastre nella regione ① in figura vale $\overrightarrow{E_1} = 1.13 \cdot 10^3 \frac{V}{m} \hat{x}$.



a) Calcolare σ_A e i campi elettrici totali nelle regioni ② e ③ mostrate in figura.

b) Si consideri il punto C distante $\overline{BC} = d$ dalla lastra B. Calcolare la differenza di potenziale $V_C - V_A$.

c) Si consideri ora una particella avente carica q= 6.80·10^{-18} C e massa m = 4.0·10^{-20} kg lasciata nel punto C libera di muoversi. Si dica se essa riesce a raggiungere la lastra B e, se sì, con quale velocità.

Soluzione esercizio 1:

a. La pallina è ferma per cui si bilanciano le componeti delle forze lungo il piano. Ovvero lungo il piano Peso: $m_1 g \cos\alpha$, Forza di attrito statico: $m_1 g\, \mu_s \sin\alpha$ (che agirà solo nella seconda parte di questo punto), Forza di tensione: T. In formule:

$$T = m_1 g \cos\alpha = 0.5*9.81*(0.5)\ N$$
$$= 2.45N \text{ diretta lungo il piano verso l'alto.}$$

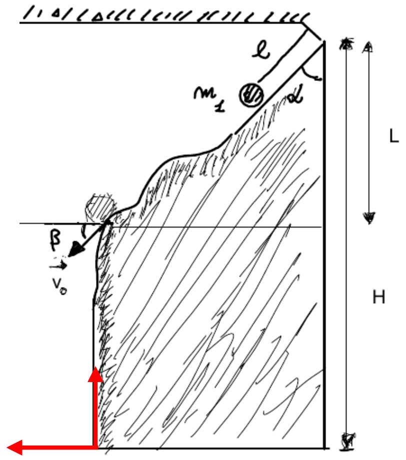
Un eventuale attrito statico sostituirebbe T se $m_1 g\, \mu_s \sin\alpha = m_1 g (\cos\alpha)$

Quindi $\mu_s = 1/\tan\alpha = 0.577$.
Perpendicolarmente al piano agisce una reazione vincolare $m_1 g \sin\alpha$.

b. Alla rottura della corda la pallina ha energia cinetica $E_k = 0.0$ J mentre possiede una energia poteniale $E_p = m_1 g(H- l \cos\alpha)$. Al punto di distacco avremo un bilancio energetico

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_0^2 + m_1 g\,(H-L) = m_1 g(H- l \cos\alpha) \text{ da cui } v_0 = (2g(L-l \cos\alpha))^{1/2} = 6.22 \text{ m/s}$$

in quanto l'energia meccanica si conserva durante il moto per assenza di attriti su percorso generico. Il moto successivo al distacco è parabolico con velocità iniziale non nulla in ambo le componenti x e y.
Il moto che segue la pallina è parabolico con velocità lungo x e y uguali (essendo l'angolo di 45°) e pari a 0.71 v_0 = 4.42 m/s.
Se si sceglie un sistema di riferimento come in figura, le equazioni del moto sono:



$$x\,(t) = 0 + v_{0,x} t = 4.42\ \mathrm{t}$$
$$y\,(t) = (H - L) - v_{0,y} t - \frac{1}{2} g t^2 = 8 - 4.42\ \mathrm{t} - 4.90 t^2$$

c. La condizione di ritorno a quota (H-L), ovvero di recupero dell'energia potenziale che la pallina aveva appena abbandona il tetto, corrisponde alla perdita di energia cinetica iniziale (solo lungo y, perchè lungo x l'urto è elastico e non si ha dissipazione). Quindi bisogna dissipare esattamete

$$E_{diss} = \tfrac{1}{2}\, m_1\, (v_{0,y})^2 = 4.88 \text{ J}$$

Soluzione esercizio 2:

La potenza del bollitore è:

$W = \Delta V^2/R = 2420$ W

In un intervallo di tempo $\Delta t_1 = 135$ s il calore prodotto dal bollitore è:

$Q_{1tot} = W\, \Delta t_1 = 326700$ J

di cui una parte è utilizzata per scaldare il bollitore e l'acqua da $T_i = 25$ °C a $T_f = 100$ °C e il resto dispersa:

$Q_{1tot} = m_{H20}\, c_{H20}\, (T_f - T_i) + M_b\, c_{Al}\, (T_f - T_i) + Q_{diss} = 235463 \text{ J} + 33000 \text{ J} + Q_{disp}$

da cui:

$Q_{disp} = 58237$ J

e dunque la frazione di calore disperso nell'aria è:

$f_{disp} = Q_{disp}/Q_{1tot} = 0.18$.

Per evaporare tutta l'acqua è necessaria una quantità di calore pari a:

$Q_{eva} = m_{H20}\, \lambda_e = 1692750$ J

Considerando anche la frazione dispersa nell'aria, il bollitore deve produrre una quantità di calore:

$Q_{2tot} = Q_{eva}/(1 - f_{disp}) = 2064329$ J

E dunque deve rimanere acceso per un intervallo di tempo

$\Delta t_2 = Q_{2tot}/W = 853$ s ovvero 14 minuti e 13 s.

Il calore prodotto dal bollitore in $\Delta t = 15$ s è:

$Q = W\, \Delta t = 36300$ J

Il gas compie una espansione isobara, alla pressione atmosferica $P_A = P_B = 1$ atm $= 101325$ Pa, passando da una temperatura iniziale $T_A = 25$ °C $= 298.15$ K ad una temperatura finale T_B data dalla relazione:

$T_B = T_A + Q/(n\, c_p) = T_A + 2\, Q/(5\, R\, n) = 880.30$ K

La variazione di energia interna del gas tra lo stato A e lo stato B è:

$\Delta U = U_B - U_A = n\, c_v\, (T_B - T_A) = 3\, n\, R/2\, (T_B - T_A) = 21780$ J

Il lavoro fatto dal gas nell'espansione isobara è:

$L = Q - \Delta U = 14520$ J

In alternativa, si poteva calcolare il volume del gas nello stato iniziale e finale dall'equazione dei gas perfetti:

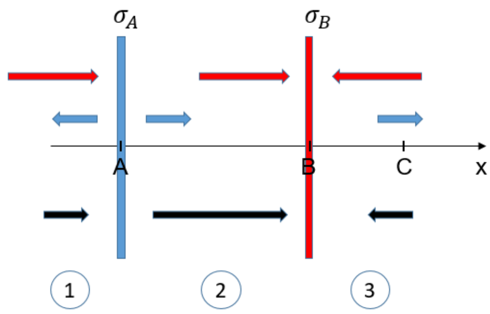
$V_A = n\, R\, T_A/P_A = 0.073\ m^3$ $\qquad$ $V_B = n\, R\, T_B/P_A = 0.217\ m^3$

Il lavoro nella trasformazione isobara:

$L = P_A\, (V_B - V_A) = 14520$ J

e l'energia interna come $\Delta U = Q - L = 21780$ J.

Soluzione esercizio 3:



1) I vettori campi elettrici sono rappresentati schematicamente dalle frecce in figura: in blu il campo generato dalla lastra con carica σA >0, in rosso quello generato dalla lastra con carica σB doppia e opposta a σA, e in nero i campi elettrici risultanti dal principio di sovrapposizione.

I campi nelle tre regioni valgono quindi:

$\overrightarrow{E_1} = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0}\hat{x}$; $\overrightarrow{E_2} = \frac{3\sigma_A}{2\varepsilon_0}\hat{x}$; $\overrightarrow{E_3} = -\overrightarrow{E_1} = \frac{-\sigma_A}{2\varepsilon_0}\hat{x}$

Poiché $\overrightarrow{E_1} = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0}\hat{x} = 1130\frac{V}{m}\hat{x}$, si ottiene $\sigma_A = 2.0010^{-8}\frac{C}{m^2}$.

Inoltre, $\overrightarrow{E_2} = 3\overrightarrow{E_1} = 3390\frac{V}{m}\hat{x}$; $\overrightarrow{E_3} = -\overrightarrow{E_1} = -1130\frac{V}{m}\hat{x}$.

2) La differenza di potenziale è pari a:

$V_C - V_A = \int_C^A \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds} = \int_C^B \overrightarrow{E_3}\cdot\overrightarrow{ds} + \int_B^A \overrightarrow{E_2}\cdot\overrightarrow{ds} =$

$\int_C^B \frac{-\sigma_A}{2\varepsilon_0}\hat{x}\cdot\overrightarrow{ds} + \int_B^A \frac{3\sigma_A}{2\varepsilon_0}\hat{x}\cdot\overrightarrow{ds} = \frac{-\sigma_A}{2\varepsilon_0}\int_C^B \hat{x}\cdot\overrightarrow{ds} + \frac{3\sigma_A}{2\varepsilon_0}\int_B^A \hat{x}\cdot\overrightarrow{ds} =$

$\frac{-\sigma_A}{2\varepsilon_0}(-d) + \frac{3\sigma_A}{2\varepsilon_0}(-2d) = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0}d - \frac{6\sigma_A}{2\varepsilon_0}d = -\frac{5\sigma_A}{2\varepsilon_0}d = -5\,E_1 d = -1130\frac{V}{m}\ (0.2\ m) = -\ 226$ V

In particolare,

$V_C - V_A = (V_C - V_B) + (V_B - V_A)$, quindi $V_C - V_B = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0}d = E_1 d = 1130\frac{V}{m}\ (0.04\ m) = 45.2$ V, che sarà utile nel punto 3).

3) Poiché $V_C - V_B$ è >0, si ha $V_C > V_B$, quindi tra i punti B e C il campo elettrico totale generato dalle due lastre punta da C a B, come si vede anche nel disegno. Essendo la carica q positiva, essa verrà spinta da C verso B, quindi raggiungerà la lastra B. Quantitativamente, imponendo la conservazione dell'energia meccanica, si ha che:

$K_C + U_C = K_B + U_B$, con $K_C = 0$

$K_B = U_C - U_B = q\,(V_C - V_B)$

Essendo l'energia cinetica sempre positiva e $V_C - V_B > 0$, la relazione ha senso fisico solo per una carica positiva. In altre parole, solo una carica positiva riesce a raggiungere il punto B. Essa arriverà con velocità:

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{m}q(V_C - V_B)} = \sqrt{\frac{2}{4.0\cdot 10^{-20}}(6.8\cdot 10^{-18})(45.2)} = 124\,m/s$$