Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 13–14 giugno ◯ 21–22 giugno ◯ 26–28 giugno ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \cos^2 x + \frac{|x|}{4},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo della funzione.

---

2. Per $n \in \mathbb{N}$, sia

$$I_n = \int_0^1 (x^4 - 2)^n \, dx .$$

Trovare una formula iterativa che esprima I_n in funzione di I_{n-1}

---

3. Risolvere ciascuna delle seguenti equazioni e disegnarne le soluzioni nel piano complesso

$$\frac{z^2|\overline{z}|}{|z| - 8} = 4iz , \qquad w^8 + 12w^4 - 64 = 0 .$$

---

4. Calcolare l'ordine di infinitesimo delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln(x^3 - 26) \quad (\text{per } x \to 3^+) , \qquad g(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x} - \frac{1}{x^\alpha} \quad (\text{per } x \to +\infty, \text{ al variare di } \alpha > 0) .$$

---

5. Al variare dei parametri $\alpha > 0$ e $x \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(\frac{n^\alpha + 3}{n^\alpha + \sqrt{n}}\right) , \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(\frac{n^2 + 3}{n^2 + \sqrt{n}}\right) (x+1)^n .$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 13–14 giugno ◯ 21–22 giugno ◯ 26–28 giugno ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{|x|}{3} - \cos^2 x\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo della funzione.

---

2. Per $n \in \mathbb{N}$, sia

$$I_n = \int_0^1 (x^4+3)^n\,dx\,.$$

Trovare una formula iterativa che esprima I_n in funzione di I_{n-1}

---

3. Risolvere ciascuna delle seguenti equazioni e disegnarne le soluzioni nel piano complesso

$$\frac{z^2|\overline{z}|}{8-|z|} = 4iz\ , \qquad w^8 - 12w^4 - 64 = 0\ .$$

---

4. Calcolare l'ordine di infinitesimo delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln(x^3-7) \quad (\text{per } x \to 2^+)\ , \qquad g(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{x} + \frac{1}{x^\alpha} \quad (\text{per } x \to +\infty,\ \text{al variare di } \alpha > 0)\ .$$

---

5. Al variare dei parametri $\alpha > 0$ e $x \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(\frac{n^\alpha+2}{n^\alpha+3\sqrt{n}}\right)\ , \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(\frac{n^3+2}{n^3+3\sqrt{n}}\right)(x-1)^n\,.$$

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.