Università di Roma "La Sapienza"
Corso di Calcolo e Biostatistica

Docenti: C. Boldrighini e G. Panati
Esercizi proposti, 20 Dicembre 2011

Esercizio 1. Individuare il **dominio massimale di definizione** e calcolare la **derivata** delle seguenti funzioni (rispetto alla variabile x):

1. $\frac{1}{x-2}$
2. $\frac{1}{x^2-3}$
3. $\frac{2}{\sqrt{x}}$
4. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
5. $(x^2+3x)x^{-1/2}$
6. $(x+x^3)(1-x^2)^{1/2}$
7. $x^3e^{-x^2}$
8. $(1+\sqrt{x})\,e^{-x}$
9. $(2x^2+3)\,e^{-x^3}$
10. $xe^{-\frac{3}{x}}$
11. $e^{-x^2}\sqrt{1-x^2}$
12. $x^2\ln x$
13. $x\ln(x^2)$
14. $x(\ln x)^2$
15. $x^2\cos x$
16. $1+\cos^2 x$
17. $\sqrt{7+\cos x}$
18. $\frac{1}{\cos x}$
19. $\frac{1}{2-\cos^2 x}$
20. $x^2\cos x$
21. $\sin(x^{-1/2})$
22. $(\cos x)^{-1/2}$

Si sono utilizzate le abbreviazioni abituali $\cos^n x = (\cos x)^n$ e $\sin^n x = (\sin x)^n$

Esercizio 2. Si studino qualitativamente le seguenti funzioni. In particolare, si tracci un grafico qualitativo e si determinino: dominio massimale di definizione, segno (ove possibile), zeri, comportamento asintotico (limite) alla frontiera del dominio, punti stazionari e loro natura.

- $f(x) = (2x^3+7x)\,e^{-x^2}$
- $f(x) = \sqrt{x}\,e^{-x^2}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}\ln x$
- $f(x) = \cos^2 x$

Esercizio 3. Si studino qualitativamente le seguenti funzioni. In particolare, si tracci un grafico qualitativo e si determinino: dominio massimale di definizione, segno (ove possibile), zeri, comportamento asintotico (limite) alla frontiera del dominio, punti stazionari e loro natura.
Al termine dell'esercizio, si rifletta su come la scelta dei parametri ($\beta \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ e $\sigma \in \{+1, -1\}$) determina il grafico qualitativo della funzione

$$f_{n,\beta,\sigma}(x) = x^\beta e^{\sigma x^n}.$$

- $f(x) = \sqrt[3]{x^4}\, e^{-x^2}$ $\quad$ $\beta > 1$ ed esponenziale decrescente simmetrico
- $f(x) = x^{1/3}\, e^{-x^2}$ $\quad$ $0 < \beta < 1$ ed esponenziale decrescente simmetrico
- $f(x) = x^{-2/3}\, e^{-x^2}$ $\quad$ $\beta < 0$ ed esponenziale decrescente simmetrico
- $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}\, e^x$ $\quad$ $\beta < 0$ ed esponenziale asimmetrico
- $f(x) = \sqrt[3]{x^4}\ e^{-x}$ $\quad$ $\beta > 1$ ed esponenziale asimmetrico
- $f(x) = f_{n,\beta,\pm}(x)$ $\quad$ per due valori dei parametri β e n scelti liberamente.

Nota: alcuni dei casi precedenti sono già stati svolti a lezione.