

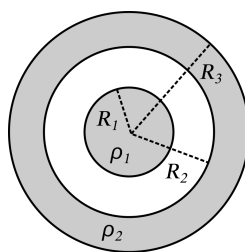
## Prova scritta di Fisica II - Secondo e Terzo Canale - 5 Luglio 2023

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_ Orale in questo appello  Ritirato/a

**Nota Bene:** Il formulario vuole essere un supporto qualora non ricordiate alcune formule e non abbiate tempo per ricavarle. Tenete presente che il solo scrivere la formula giusta trovata nel formulario per rispondere ad una domanda **non** porta ad avere alcun punteggio in quella domanda. Si ricorda anche che tutte le risposte vanno correttamente motivate, la sola risposta numerica non è sufficiente per avere punti relativi alla domanda in questione.

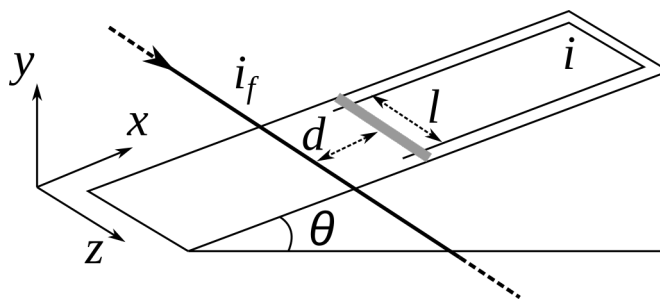
### Primo Esercizio



Il sistema mostrato in figura consiste di una sfera di raggio  $R_1 = 1$  cm e di un guscio sferico di raggio interno  $R_2 = 2$  cm ed esterno  $R_3 = 3$  cm, entrambi composti di materiale non conduttore. La sfera ed il guscio sono concentrici e hanno una densità volumetrica di carica uniforme, rispettivamente  $\rho_1 = 2.4 \times 10^{-3}$  C/m<sup>3</sup> per la sfera e  $\rho_2$  per il guscio.

1. Determinare il valore di  $\rho_2$  per cui il campo elettrico al di fuori del guscio concentrico (cioè per  $r > R_3$ ) si annulla (**5 punti**).
2. Determinare la differenza di potenziale tra  $R_1$  ed  $R_2$  per il valore di  $\rho_2$  determinato al punto precedente. Come cambia la differenza di potenziale se lo spazio tra le due sfere viene riempito da un dielettrico con costante  $\kappa = 2$ ? (**6 punti**)
3. Calcolare il lavoro necessario per trasportare una carica di prova  $q = e$  lungo un cammino circolare di raggio  $R_1 < r < R_2$ , cioè un cammino che circumnavighi la sfera interna (**5 punti**).

## Secondo Esercizio



Una spira rettangolare in cui scorre una corrente  $i = 10$  A ha un lato mobile di lunghezza  $l = 10$  cm e massa  $m = 5$  g ed è posta su di un piano inclinato di  $\theta = \pi/6 = 30^\circ$ . Il lato mobile (in grigio nel disegno) può scivolare senza attrito sul piano. Sul piano è presente anche un filo indefinito fisso posto a distanza  $d = 1$  cm dal lato mobile, in cui scorre una corrente in direzione  $\hat{z}$  di intensità  $i_f$ . In questa configurazione il lato mobile è fermo.

**Nota Bene 1:** la forza di gravità è diretta lungo  $-\hat{y}$ .

**Nota Bene 2:** trascurare le forze magnetiche tra il lato mobile e gli altri lati della spira.

1. Determinare il verso in cui scorre la corrente  $i$  nel lato mobile (**4 punti**).
2. Calcolare l'intensità di corrente  $i_f$  (**6 punti**).
3. Descrivere (anche senza formule) quello che succederebbe se  $\theta = 0$  (**6 punti**).

### Soluzione del primo esercizio

1. La carica contenuta nella sfera è

$$q_1 = \frac{4}{3}\pi\rho_1 R_1^3 = 10^{-8} \text{ C.}$$

Il guscio sferico contiene invece una carica  $q_2 = \rho_2 V_g$ , dove  $V_g = \frac{4}{3}\pi(R_3^3 - R_2^3) = 8 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  è il volume dell'oggetto. Considerando la simmetria sferica del problema, l'intensità del campo elettrico può dipendere solo dalla distanza  $r$  dal centro. Per il teorema di Gauss, affinché il campo sia nullo per  $r > R_3$ , la carica totale del sistema guscio+sfera deve essere nulla. Quindi imponiamo  $q_2 = -q_1$ , da cui otteniamo

$$\rho_2 = -\frac{q_1}{V_g} = 1.25 \times 10^{-4} \text{ C/m}^3$$

2. All'interno della cavità il campo è dato dalla carica della sfera, e quindi vale

$$E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

La differenza di potenziale richiesta è quindi

$$\Delta V = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 4.5 \times 10^3 \text{ V.}$$

In presenza di un dielettrico la differenza di potenziale si riduce di  $\kappa$ , e quindi vale

$$\Delta V'_{1,2} = \frac{\Delta V}{\kappa} = 2.25 \times 10^3 \text{ V}$$

3. Il campo elettrostatico è conservativo, quindi la sua circuitazione calcolata su di un percorso chiuso (che è proporzionale al lavoro richiesto) è sempre nulla. Di conseguenza, anche il lavoro necessario per trasportare la carica sarà nullo.

### Soluzione del secondo esercizio

1. Affinché il lato mobile sia fermo, ci deve essere equilibrio tra le forze agenti su di esso, ovvero la forza di gravità e la forza dovuta all'interazione magnetica con il filo indefinito. Poiché la gravità tenderebbe a far avvicinare il lato mobile della spira al filo indefinito, la forza magnetica deve invece essere repulsiva. Questo avviene se le correnti sono discordi: dunque  $i$  è diretta lungo  $-\hat{z}$ .

2. Bilanciamo l'intensità della forza di gravità (o meglio, della sua componente diretta parallelamente al piano inclinato) e della forza magnetica:

$$mg \sin \theta = \frac{\mu_0 i_f i l}{2\pi d}$$

Nel lato di destra, come indicato dal testo, abbiamo incluso solamente la forza magnetica repulsiva tra il lato mobile della spira e il filo rettilineo indefinito, trascurando la forza magnetica tra il lato mobile della spira e il lato fisso ad essa parallelo, situato in cima al piano inclinato.

Da quest'equazione ricaviamo  $i$ :

$$i_f = \frac{2\pi d m g \sin \theta}{\mu_0 i l} = 125 \text{ A}$$

3. Se  $\theta = 0$ , la spira non è più su un piano inclinato e viene meno la forza di gravità agente sul lato mobile. Sul lato mobile della spira continua ad agire la forza magnetica dovuta al filo rettilineo, che inizialmente tenderà a far avvicinare il lato mobile della spira a quello fisso, diminuendo così l'area della spira. A questo punto possono entrare in gioco due effetti. Il primo è l'autoinduzione: per la legge di Faraday, si svilupperà una forza elettromotrice nella spira dovuta al cambiamento nel flusso del campo magnetico generato da  $i$  attraverso la spira. Il secondo è la forza repulsiva tra il lato mobile e il lato fisso della spira, che può diventare non più trascurabile nel caso il lato mobile si avvicini molto.