

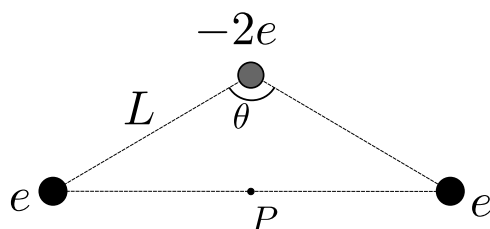
Prova scritta di Fisica II - Secondo e Terzo Canale - 15 Febbraio 2023

Nome _____ Cognome _____ Canale _____

Matricola _____ Orale in questo appello Ritirato/a

Nota Bene: Il formulario vuole essere un supporto qualora non ricordiate alcune formule e non abbiate tempo per ricavarle. Tenete presente che il solo scrivere la formula giusta trovata nel formulario per rispondere ad una domanda **non** porta ad avere alcun punteggio in quella domanda. Si ricorda anche che tutte le risposte vanno correttamente motivate, la sola risposta numerica non è sufficiente per avere punti relativi alla domanda in questione.

Primo Esercizio

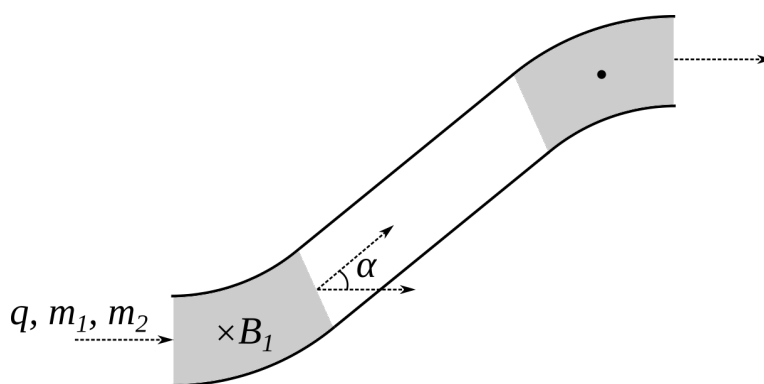


Una particella con carica $-2e$ e due particelle con carica e sono fissate ai vertici di un triangolo isoscele, così come indicato in figura. **Nota Bene:** nello svolgere l'esercizio considerate costante il valore $L = 1 \text{ mm}$ al variare di θ .

1. Determinare intensità e direzione del campo elettrico generato dalle tre cariche nel punto P , ovvero all'intersezione tra la base e la bisettrice del triangolo. Quanto vale l'intensità del campo elettrico se $\theta = 2\pi/3$? **(6 punti)**
2. Determinare l'energia elettrostatica totale della configurazione delle tre cariche in funzione dell'angolo θ . Per quale valore di θ l'energia elettrostatica è minima, e quanto vale in questo caso? **(6 punti)**
3. Considerando entrambe le cariche e come se fossero in P , disegnare, se presente, il momento di dipolo della configurazione così ottenuta, e determinarne il valore. **(4 punti)**.

Secondo Esercizio

Un fascio di ioni è composto da due tipi di particelle di ugual carica $q = e$ e masse differenti, in rapporto $m_2/m_1 = 2$. Il fascio entra in uno spettrometro di massa avente la geometria in figura, con due zone magnetiche (di uguali dimensioni) indicate in grigio. Il campo magnetico è uniforme in entrambe le zone; inoltre, nella prima zona magnetica il campo è entrante e ha intensità $B_1 = 1$ T. All'entrata dello spettrometro tutte le particelle hanno la stessa velocità. Per le particelle di tipo 1, la velocità di uscita dalla prima zona magnetica forma un angolo $\alpha = \pi/6$ con la velocità di ingresso.



1. Sapendo che le particelle di tipo 1 trascorrono un tempo $t = 5.5$ ns nella prima zona magnetica, determinare m_1 (**6 punti**).
2. Determinare il valore B_2 che permetterebbe alle particelle di tipo 2 di uscire dalla regione di campo di sinistra con un angolo α (**5 punti**).
3. Determinare intensità e direzione del campo magnetico che deve essere presente nella seconda zona magnetica affinché la velocità di uscita dallo spettrometro delle particelle di tipo 1 sia verso destra (**5 punti**).

Soluzione del primo esercizio

1. Per il principio di sovrapposizione il campo elettrico in P è dato dalla somma vettoriale dei campi elettrici generati dalle tre cariche. Notiamo che le due cariche e sono ad uguale distanza da P , ma in direzione opposta: dunque i due campi elettrici da esse generati si cancellano. Il campo elettrico totale è dovuto solamente alla carica $-2e$, che si trova a distanza $L \cos(\theta/2)$ da P . Dunque, orientando il versore \hat{y} verso l'alto, possiamo scrivere

$$\vec{E} = -\frac{2e}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{y}}{L^2 \cos^2(\theta/2)}.$$

Nel caso in cui $\theta = 2\pi/3$, abbiamo:

$$|\vec{E}| = \frac{2e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{L^2 (1/2)^2} = \frac{2e}{\pi\epsilon_0 L^2} \approx 11.5 \times 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

2. L'energia elettrostatica totale delle tre cariche è data da

$$U = \frac{1}{2} \sum_i Q_i V_i(\vec{r}_i)$$

dove la somma va fatta sui quattro vertici del quadrato e in ogni elemento della somma $V_i(\vec{r}_i)$ è il potenziale generato dalle altre tre cariche. Questa formula ci sta dicendo che ciascuna coppia di particelle contribuisce un termine pari a

$$U_{ij} = \frac{Q_i Q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}$$

dove r_{ij} è la distanza tra le due cariche. Quindi nel nostro caso abbiamo:

$$U = -\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 L} - \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2L \sin(\theta/2)} = \frac{e^2}{\pi\epsilon_0 L} \left[-1 + \frac{1}{8 \sin(\theta/2)} \right].$$

L'ultimo termine, in particolare, è dovuto all'interazione repulsiva tra le due cariche e situate a distanza $2L \sin(\theta/2)$. Per minimizzare l'energia dobbiamo tenere le due cariche positive il più lontano possibile: ovvero dobbiamo scegliere $\theta = \pi$. In questo caso si ha

$$U_{\min} = -\frac{7e^2}{8\pi\epsilon_0 L} \approx -8.1 \cdot 10^{-25} \text{ J}.$$

Questa configurazione corrisponde al caso in cui le tre cariche sono collineari.

3. Nel caso $\theta = 2\pi/3$ le cariche non sono collineari e abbiamo una "molecola" polare (vagamente simile, da questo punto di vista, ad una molecola d'acqua). Il momento di dipolo è orientato lungo la bisettrice del triangolo, verso il punto P , ed ha intensità

$$p = 2eL = 3.204 \times 10^{-19} \text{ Cm}.$$

Soluzione del secondo esercizio

1. Nella prima zona magnetica le particelle cariche eseguono un moto circolare uniforme con frequenza data da $\omega = eB_1/m_1$. L'angolo α spazzato dal moto circolare in un tempo t è dato da $\alpha = \omega t$. Dunque abbiamo

$$\alpha = \omega t = \frac{eB_1 t_f}{m_1} \Rightarrow m_1 = \frac{eB_1 t}{\alpha} = \frac{(1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \times (1 \text{ T}) \times (5.5 \cdot 10^{-9} \text{ s})}{\pi/6} \approx 1.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

2. Nella prima zona magnetica, i raggi di curvatura delle particelle di tipo 1 e di tipo 2 sono rispettivamente:

$$r_1 = \frac{m_1 v}{qB_1} \quad \text{e} \quad r_2 = \frac{m_2 v}{qB_2}.$$

Vogliamo che $r_1 = r_2$. Questo si può ottenere scegliendo

$$B_2 = \frac{m_2}{m_1} B_1 = 2T.$$

3. Notiamo che nella seconda zona magnetica l'angolo tra la velocità di ingresso e quello di uscita è pari ad α . Poichè la seconda zona magnetica ha le stesse dimensioni della prima zona magnetica, e la velocità di ingresso è la stessa, possiamo concludere che il campo magnetico deve essere uguale (in intensità) ed opposto (in direzione) al campo nella prima zona magnetica. Dunque, per le particelle di tipo 1, dobbiamo avere 1T uscente.