

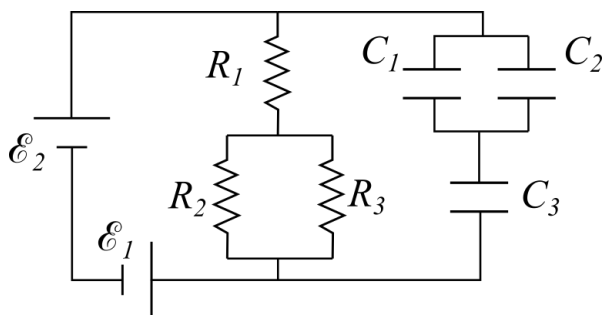
Prova scritta di Fisica II - Secondo e Terzo Canale - 30 Gennaio 2023

Nome _____ Cognome _____ Canale _____

Matricola _____ Orale in questo appello Ritirato/a

Nota Bene: Il formulario vuole essere un supporto qualora non ricordiate alcune formule e non abbiate tempo per ricavarle. Tenete presente che il solo scrivere la formula giusta trovata nel formulario per rispondere ad una domanda **non** porta ad avere alcun punteggio in quella domanda. Si ricorda anche che tutte le risposte vanno correttamente motivate, la sola risposta numerica non è sufficiente per avere punti relativi alla domanda in questione.

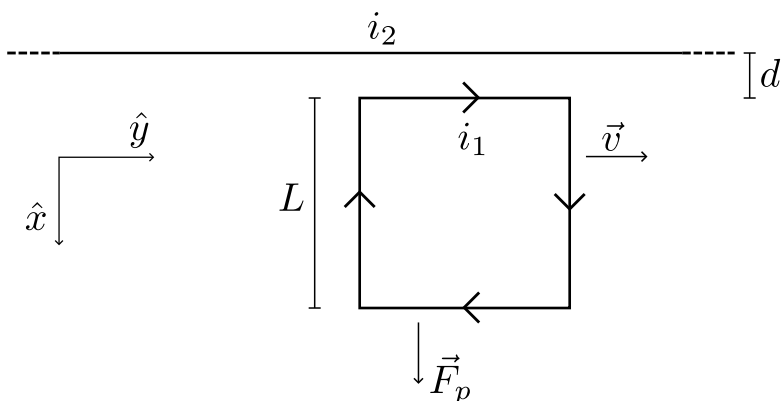
Primo Esercizio



Il circuito in figura è formato da due generatori di tensione ($\mathcal{E}_1 = 10 \text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = 20 \text{ V}$), tre resistenze ($R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = R_3 = 2R_1$) e tre condensatori ($C_1 = 3 \text{ nF}$, $C_2 = 7 \text{ nF}$, $C_3 = 10 \text{ nF}$).

1. Determinare il circuito equivalente (ovvero composto da un generatore, una resistenza ed un condensatore, opportunamente collegati), calcolando espressamente i valori associati agli elementi circuitali equivalenti (**5 punti**).
2. Calcolare verso e intensità della corrente che scorre nel circuito, e la quantità di carica totale immagazzinata nei condensatori (**6 punti**).
3. Calcolare l'energia elettrostatica immagazzinata da C_3 (**5 punti**).

Secondo Esercizio



Una spira quadrata di lato $L = 10 \text{ cm}$ e massa $M = 10 \mu\text{g}$, soggetta alla forza peso, è percorsa in senso orario da una corrente di intensità $i_1 = 1 \text{ A}$. La spira è posizionata sotto ad un filo rettilineo percorso da una corrente i_2 .

1. Determinare verso e intensità della corrente i_2 tale da mantenere la spira sospesa in equilibrio ad una distanza $d = 1 \text{ mm}$ dal filo (**7 punti**).
2. Supponiamo che il lato della spira raddoppi in lunghezza (sia lungo \hat{x} che lungo \hat{y}), ma che sia i_1 che i_2 che M rimangano invariate. Determinare la nuova distanza d' tra filo e spira tale che la spira si trovi in equilibrio (**5 punti**).
3. Una forza esterna mette in moto la spira di lato L nella direzione parallela al filo, con velocità $v = 1 \text{ cm/s}$, così come indicato in figura. Determinare la forza elettromotrice indotta nella spira (**4 punti**).

Note: In figura, \vec{F}_p denota la forza peso. Il filo in cui scorre i_2 può essere considerato di lunghezza infinita, ed è immobile. La velocità \vec{v} della spira va considerata solamente nel terzo punto dell'esercizio.

Soluzione del primo esercizio

1. Il circuito equivalente è composto da un generatore \mathcal{E}_{eq} , una resistenza R_{eq} e un condensatore C_{eq} . Si noti che i terminali dei due generatori di tensione sono orientati in senso opposto. Dunque si ha $\mathcal{E}_{\text{eq}} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = 10 \text{ V}$. Poiché $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$, \mathcal{E}_{eq} è orientata come \mathcal{E}_2 e quindi fa scorrere la corrente in senso orario.

La resistenza equivalente è data dalla serie di R_1 con il parallelo di R_2 ed R_3 , quindi

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 20 \Omega.$$

Il condensatore è dato dalla serie di C_3 con il parallelo di C_1 e C_2 , quindi

$$C_{\text{eq}} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = 5 \text{ nF}.$$

2. L'intensità della corrente è data dalla legge di Ohm:

$$i_{\text{eq}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}}} = 0.5 \text{ A}.$$

La quantità di carica immagazzinata è legata alla capacità equivalente tramite la relazione

$$q_{\text{eq}} = C_{\text{eq}} \mathcal{E}_{\text{eq}} = 5 \times 10^{-8} \text{ C}.$$

3. L'energia di un condensatore è, in generale, $U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$. Nel caso di C_3 si ha $q_3 = q_{\text{eq}}$ (perché condensatori in serie hanno la stessa carica), quindi

$$U_e = \frac{1}{2} \frac{q_{\text{eq}}^2}{C_3} = 1.25 \times 10^{-7} \text{ J}$$

Soluzione del secondo esercizio

1. Affinchè il sistema possa essere in equilibrio, la forza magnetica esercitata dal filo sulla spira deve essere attrattiva. Questo è possibile solo se la corrente i_2 è concorde alla direzione di i_1 nel segmento della spira più vicino al filo. Dunque la corrente i_2 deve scorrere verso destra, ovvero nella direzione \hat{y} .

In condizioni di equilibrio, dobbiamo bilanciare la forza peso e la forza magnetica esercitata dal filo rettilineo sulla spira. L'intensità di quest'ultima è data dalla somma delle due forze agenti sui due segmenti orizzontali della spira. Applicando la formula nota della forza tra due segmenti rettilinei e paralleli percorsi da corrente, abbiamo:

$$F_m = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \left(\frac{L}{d} - \frac{L}{d+L} \right) = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{L^2}{d(d+L)}$$

Le due componenti hanno segno opposto poichè la corrente scorre in senso opposto nei due segmenti. Dalla condizione $F_m = Mg$ possiamo ricavare l'unica incognita, ovvero i_2 :

$$i_2 = \frac{2\pi Mg}{\mu_0 i_1} \frac{d(d+L)}{L^2} \approx 4.95 \text{ A}.$$

2. Poichè la forza peso rimane invariata, dobbiamo richiedere che la forza magnetica subita dalla spira di lunghezza $2L$ rimanga la stessa di quella subita dalla spira di lunghezza L . Sia d' la distanza d'equilibrio per la spira di lato $2L$. Dunque vogliamo che:

$$\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{4L^2}{d'(d'+2L)} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{L^2}{d(d+L)} \quad \Rightarrow \quad \frac{4L^2}{d'(d'+2L)} = \frac{L^2}{d(d+L)} \quad \Rightarrow \quad d' = 2d = 2 \text{ mm}.$$

L'ultimo passaggio può essere verificato per sostituzione. Il risultato è intuitivo: raddoppiando la lunghezza dei segmenti orizzontali della spira, dobbiamo raddoppiare la distanza tra spira e filo per mantenere il sistema in equilibrio.

3. Se la spira si muove parallelamente al filo, il flusso del campo magnetico generato da i_2 rimane costante, poichè tale campo magnetico dipende solamente dalla distanza dal filo e non dalla coordinata lungo il filo. Dunque, per la legge di Faraday, la forza elettromotrice indotta è zero.

Nota. Nel primo e nel secondo punto è una buona approssimazione trascurare la forza repulsiva dovuta al segmento più lontano della spira. Se usata correttamente, tale approssimazione porta a risultati numerici essenzialmente identici per entrambi i punti. Per poter essere ammessa in pieno come risposta, però, l'approssimazione andava esplicitamente menzionata.