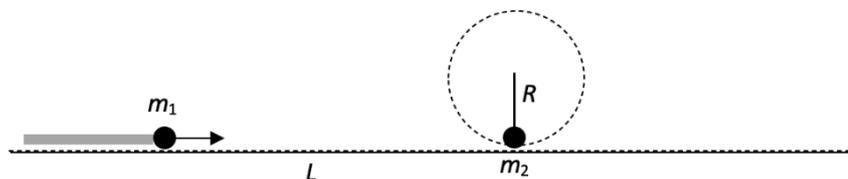


Esame scritto di Fisica per Scienze Biologiche – 13 Settembre 2021

Proff. Betti, Maoli, Schneider

Esercizio 1

Un corpo di massa $m_1 = 350$ g viene messo in movimento da una stecca da biliardo che gli trasferisce un impulso $J = 1.40$ N·s. Dopo aver percorso una distanza $L = 1.20$ m su in piano scabro orizzontale con coefficiente di attrito $\mu_d = 0.250$, il primo corpo urta elasticamente un secondo corpo di massa $m_2 = m_1$ che è vincolato a muoversi sullo stesso piano orizzontale, con lo stesso coefficiente di attrito, in una traiettoria circolare da una corda di lunghezza $R = 20.0$ cm (vedi figura che rappresenta i due corpi sul piano visto dall'alto).



Calcolare:

- la velocità v_2 del secondo corpo subito dopo il primo urto;
- il modulo della tensione della corda, T , dopo che il secondo corpo ha percorso un giro completo, un istante prima del secondo urto con il primo corpo;
- le posizioni finali del primo e del secondo corpo (dopo che entrambi hanno terminato il loro moto).

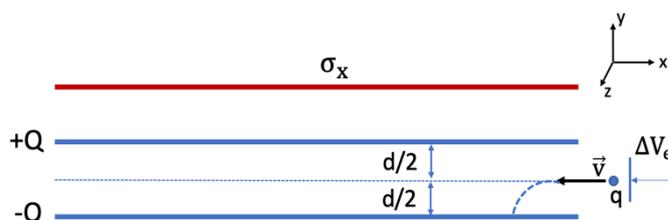
Esercizio 2

In un cilindro chiuso da un pistone sono contenute 3 moli di gas perfetto monoatomico che occupano un volume $V_i = 15.0$ l e si trovano alla temperatura $T_i = 7.00^\circ\text{C}$. Ad un istante t , il pistone viene lasciato libero di muoversi ed il gas si espande rapidamente arrivando all'equilibrio ad un volume finale $V_f = 45.0$ l e la pressione finale è pari a quella esterna $P_f = 0.80 \cdot 10^5$ N/m². Calcolare:

- la variazione di energia interna del gas;
- il lavoro fatto dal gas;
- il calore scambiato dal gas con il segno ad indicare se è ceduto o assorbito;
- il lavoro necessario a riportare il gas al volume iniziale con una compressione reversibile mantenendo tutto il sistema alla temperatura costante $T = T_f$.

Esercizio 3

Un condensatore piano con carica $Q = 12.0$ μC e capacità $C = 1.60$ nF è disposto come in figura. Viene avvicinata all'armatura superiore una lamina piana uniformemente carica, con densità di carica superficiale σ_x . Sapendo che la distanza tra le armature è $d = 10$ cm,



- determinare il valore di σ_x per cui il campo elettrico all'interno del condensatore sia nullo.

Una particella di carica $q = 3.20 \cdot 10^{-19}$ C e massa $m = 6.62 \cdot 10^{-24}$ kg viene accelerata da una differenza di potenziale esterna $\Delta V_e = 2.50$ kV ed entra in corrispondenza dell'asse centrale del condensatore muovendosi con una velocità \vec{v} parallela alle armature (vedi figura). Sapendo che all'interno del condensatore è presente un campo magnetico uniforme e che la traiettoria della particella è tale per cui l'armatura negativa del condensatore viene colpita verticalmente, determinare:

- il modulo, la direzione e il verso del campo magnetico presente tra le armature (fare riferimento al sistema di assi cartesiani mostrato nella figura);
- quale dovrebbe essere il valore di σ_x perché la particella possa continuare a muoversi tra le armature con velocità costante.

Si trascuri l'effetto della forza peso.

Esercizio 1

- a) Il primo corpo si mette in moto con una velocità $v_0 = \frac{J}{m_1} = \frac{1.4}{0.35} = 4.00 \text{ m/s}$

Nel tratto L , a causa dell'attrito il primo corpo subisce un'accelerazione negativa $a = -\mu_d g = 2.45 \text{ m/s}^2$. Di conseguenza la velocità di m_1 subito prima del primo urto è:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\mu_d g L} = \sqrt{16 - 0.5 \cdot 9.8 \cdot 1.2} = 3.18 \text{ m/s}$$

Trattandosi di un urto elastico tra corpi di massa uguale, le velocità dei due corpi si scambiano: m_1 si ferma mentre m_2 subito dopo l'urto avrà la velocità $v_2 = v_1 = 3.18 \text{ m/s}$

- b) Il secondo corpo, percorrendo la traiettoria circolare, subisce anch'esso la stessa accelerazione negativa: $a = -\mu_d g = 2.45 \text{ m/s}^2$. La velocità di m_2 dopo aver percorso un giro, subito prima del secondo urto con m_1 sarà:

$$v_2' = \sqrt{v_2^2 - 2\mu_d g 2\pi R} = \sqrt{3.18^2 - 0.5 \cdot 9.8 \cdot 2\pi \cdot 0.2} = 1.99 \text{ m/s}$$

A questa velocità è associata una forza centripeta che viene esercitata dall'unica forza applicata al corpo in direzione radiale: la tensione della corda. Che sarà diretta verso il centro della circonferenza e avrà un'intensità pari a:

$$T = \frac{m_2 v_2'^2}{R} = \frac{0.35 \cdot 1.99^2}{0.2} = 6.93 \text{ N}$$

- c) Dopo il secondo urto elastico, il secondo corpo resta fermo mentre il primo si muove con velocità v_2' . Questo corpo continua ad avere la stessa accelerazione negativa e quindi si fermerà dopo aver percorso una distanza: $L' = \frac{0 - v_2'^2}{-2\mu_d g} = \frac{1.99^2}{0.5 \cdot 9.8} = 0.81 \text{ m}$

Esercizio 2

- a) Per trovare la variazione di energia interna si deve calcolare la temperatura finale:

$$T_f = \frac{p_f V_f}{nR} = \frac{0.8 \cdot 10^5 \cdot 45 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 8.314} = 144 \text{ K}$$

Considerando che un gas monoatomico ha 3 gradi di libertà, si ha:

$$\Delta U = n c_v (T_f - T_i) = 3 \frac{3}{2} 8.314 (144 - 280) = -5090 \text{ J}$$

- b) La trasformazione è irreversibile per cui non è possibile definire la pressione del gas negli stati intermedi, tuttavia essendo il pistone privo di massa e la pressione esterna costante, il lavoro può essere calcolato come: $L = p_{ext} \Delta V = 0.8 \cdot 10^5 (45 - 15) \cdot 10^{-3} = 2400 \text{ J}$

- c) Il calore scambiato si ottiene dal primo principio della termodinamica:

$$Q = \Delta U + L = -5090 + 2400 = -2690 \text{ J}$$

- d) Utilizzando la formula per il lavoro di una isoterma reversibile si ha:

$$L = nRT_f \ln \frac{V_i}{V_f} = 3 \cdot 8.314 \cdot 144 \ln \frac{15}{45} = -3950 \text{ J}$$

Esercizio 3

- a) All'interno del condensatore il campo elettrico dovuto al doppio strato è diretto verso il basso e ha

un modulo pari a: $E_{cond} = \frac{\Delta V}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{1.6 \cdot 10^{-9} \cdot 0.1} = 7.5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$

Per annullare il campo elettrico, utilizzando il principio di sovrapposizione, lo strato deve produrre un campo elettrico verso l'alto di pari intensità. La sua densità superficiale deve quindi essere negativa e pari a:

$$E_{strato} = \frac{\sigma_x}{2\epsilon_0} = -E_{cond} \Rightarrow \sigma_x = -2\epsilon_0 E_{cond} = -2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 7.5 \cdot 10^4 = -1.33 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

- b)** La particella entra nel condensatore con una velocità che si può ricavare dalla conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}mv^2 = q \Delta V_e \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2q \Delta V_e}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.2 \cdot 10^{-19} \cdot 2500}{6.62 \cdot 10^{-24}}} = 1.55 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Se dentro al condensatore la particella colpisce l'armatura negativa descrivendo una traiettoria a quarto di circonferenza, deve essere soggetta ad una forza di Lorentz associata ad un campo magnetico entrante nel foglio. Imponendo che il raggio di questa traiettoria sia pari a $d/2$ si ha:

$$B = \frac{mv}{qR} = \frac{6.62 \cdot 10^{-24} \cdot 1.55 \cdot 10^4}{3.2 \cdot 10^{-19} \cdot 0.05} = 6.41 \text{ T}$$

- c)** Perché la particella possa continuare a muoversi con velocità costante, la risultante delle forze che agiscono sulla particella deve essere nulla:

$$\vec{R} = \vec{F}_L + q \vec{E} = -qvB \hat{j} + q E \hat{j} = 0$$

La densità di carica σ_x deve essere negativa e avere un modulo:

$$\frac{|\sigma_x|}{2\epsilon_0} \hat{j} - E_{cond} \hat{j} = v B \hat{j}$$

$$|\sigma_x| = 2\epsilon_0(E_{cond} + v B) = 3.10 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = 3.10 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$