SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea in Biotecnologie Agro–Industriali
Prova scritta di Fisica - A.A. 2014-15 - 22 dicembre 2015

(1) Un team di Formula 1 analizza le misure condotte a bordo della monoposto in un giro. La monoposto raggiunge la velocità di 100 km/h dopo 1.9 s dalla partenza. Una volta lanciata alla velocità di 280 km/h, la frenata provoca sul pilota una forza, che pesa 70 kg, pari a 2 744 N. Calcola l'accelerazione nei due casi assumendo che sia costante.
(2) Calcola la velocità media con la quale si muovono le particelle di ossigeno dell'aria in condizioni standard e il rapporto con quella delle particelle di azoto, considerando entrambi i gas come montatomici (in realtà sono entrambi biatomici). L'ossigeno ha una massa pari a 32 volte quella dell'idrogeno, mentre per l'azoto il rapporto con la massa dell'idrogeno è 28. Un protone pesa 1.67×10^{-27} kg. Le condizioni standard corrispondono a 1 atm e a 20°C.
(3) Le particelle α sono nuclei di elio con carica doppia rispetto a quella di un protone e massa pari a 6.68×10^{-27} kg. Una di queste si muove di moto circolare con raggio $r = 0.500$ m in un campo magnetico uniforme $B = 1.50$ T. Calcola il periodo e il modulo della velocità della particella e la sua energia cinetica, trascurando eventuali effetti relativistici.

(1) Prima di tutto conviene esprimere le velocità nel Sistema Internazionale. Una velocità di 100 km/h corrisponde a $100\,000/3\,600 = 100/3.6 \simeq 28$ m/s. La velocità di 280 km/h evidentemente corrisponde a $280/3.6 = 78$ m/s.

L'accelerazione è la variazione della velocità divisa per il tempo in cui avviene. Se all'inizio la vettura è ferma, la sua velocità passa da $v_i = 0$ a $v_f = 28$ m/s in un tempo $\Delta t = 1.9$ s perciò

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{28}{1.9} \simeq 15\,\mathrm{ms}^{-2}\,,$$

che corrisponde a un'accelerazione di circa una volta e mezza quella di gravità. Nella decelerazione il pilota si trova in un sistema di riferimento non inerziale ed è per questo che percepisce la forza $F = 2\,744$ N. La forza in questione è semplicemente data dalla relazione $F = ma$ dove m è la massa del pilota, per cui

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2\,744}{70} = 39.2\,\mathrm{ms}^{-2}$$

corrispondente a $4g$.

(2) Prima di considerare un'ipotesi di soluzione ricordiamoci di scrivere i dati in unità del Sistema Internazionale. In questo sistema $p = 101$ kPa e $T = 293$ K. La temperatura di un gas è una misura dell'energia cinetica media delle particelle del gas per cui

$$\frac{1}{2} m \langle v \rangle^2 = \frac{3}{2} k_B T\,,$$

dove $k_B = 1.381 \times 10^{-23}$ JK^{-1} è la costante di Boltzmann. Da quest'espressione e sapendo che l'atomo d'idrogeno ha il nucleo composto di un solo protone si ricava facilmente la velocità media delle particelle come

$$\langle v_O \rangle = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.381 \times 10^{-23} \times 293}{32 \times 1.67 \times 10^{-27}}} \simeq 477\,\mathrm{ms}^{-1}\,.$$

Confrontate questa velocità con quella della Formula 1 dell'esercizio precedente, che è pari a *solo* di circa 78 m/s! Il rapporto tra le velocità dell'azoto rispetto all'ossigeno vale, evidentemente

$$\frac{v_N}{v_O} = \sqrt{\frac{m_O}{m_N}} = \sqrt{\frac{32}{28}} \simeq 1.07\,.$$

Le molecole di azoto di muovono con una velocità che è circa il 7 % maggiore rispetto a quella dell'ossigeno.

(3) Dal momento che la particella α è elettricamente carica, essendo in moto subisce la Forza di Lorentz, la cui intensità si scrive

$$F = qvB$$

qualora la velocità sia perpendicolare al campo magnetico. Evidentemente è cosí se la particella percorre orbite circolari, quindi possiamo imporre che $F = ma$ ed essendo l'accelerazione della particella l'accelerazione centripeta del moto circolare uniforme, la Legge di Newton prende la forma

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$

dove v rappresenta la velocità della particella. Da questa relazione si ricava facilmente

$$v = \frac{qBr}{m} = 2 \times 1.6 \times 10^{-19}\frac{1.5 \times 0.5}{6.68 \times 10^{-27}} \simeq 0.36 \times 10^{8}\,\mathrm{ms}^{-1}\,.$$

Il periodo T è il tempo impiegato dalla particella a compiere un giro. Evidentemente la sua velocità si può scrivere come lo spazio percorso diviso il tempo impiegato a farlo, quindi, considerando la lunghezza dell'orbita $2\pi r$ la velocità dev'essere

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

da cui

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times \pi \times 0.500}{0.36 \times 10^{8}} \simeq 87 \times 10^{-9}\,\mathrm{s}\,.$$

Per calcolarne l'energia cinetica basta applicare la formula che la definisce

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}6.68 \times 10^{-27}\left(0.36 \times 10^{8}\right)^2 \simeq 4.32 \times 10^{-12}\,\mathrm{J}\,.$$