

Foglio 8 (Analisi Vettoriale per Fisica a.a. 2015/16)

proff. F. Lanzara, A. Dall'Aglio, E. Montefusco

22 novembre 2015

8.1 Esercizio

Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$y'(t) = 5,$$

$$y'(t) + 2y(t) = 0,$$

$$y'(t) - ty(t) = 0,$$

$$y'(t) + \cos t y(t) = 0,$$

$$y'(t) + 3y(t) = 2,$$

$$y'(t) + y(t) = t^2,$$

$$y'(t) = 5y(t) + e^t,$$

$$y'(t) + 2ty(t) = t.$$

8.2 Esercizio

Determinare la soluzione e disegnare il grafico:

$$2y' - 6y = 1; \quad y(0) = 5/6;$$

$$y' - 3y = e^{2t}; \quad y(0) = 0.$$

8.3 Esercizio

Determinare la soluzione dei seguenti problemi:

$$y'' - y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0;$$

$$y'' + y' + y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0;$$

$$y'' - 3y' + 2y = 0; \quad y(1) = 0; \quad y'(1) = 2.$$

8.4 Esercizio

Data l'equazione differenziale

$$y''(t) + y(t) = \cos(2t)$$

determinarne:

i) la soluzione generale;

ii) la soluzione $y(t)$ tale che $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

8.5 Esercizio

Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari:

$$y'' + 3y' - 10y = 0; \quad y'' - 4y' + 4y = 0;$$

$$y'' + y' + y = 0; \quad y'' - 3y' + 2y = 0;$$

$$y'' - 2y' + 2y = 0; \quad y'' - 4y' = 0.$$

8.6 Esercizio

Determinare un integrale particolare delle seguenti equazioni:

$$y'' + y = 2te^t;$$

$$y'' - 2y' + y = (18t - 4)e^t;$$

$$y'' + y = t + \cos(t);$$

$$y'' - y = \sin(2t) + e^{2t}.$$

8.7 Esercizio

Trovare le soluzioni non identicamente nulle dell'equazione differenziale

$$y' = e^t \cos^2(y)$$

determinando i loro intervalli di definizione.

8.8 Esercizio

Risolvere il problema di Cauchy

$$y' = t \tan y, \quad y(0) = \pi/4.$$

determinando l'intervallo di definizione della soluzione.

8.9 Esercizio

Calcolare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = y(y - 1)t$$

e determinare quali soluzioni sono definite su tutto \mathbb{R} .

8.10 Esercizio

Determinare l'integrale generale dell'equazione lineare di secondo ordine

$$y'' + 2y' + y = \sin t.$$

8.11 Esercizio

Risolvere i due seguenti problemi di Cauchy, riferiti alla stessa equazione differenziale,

$$\begin{cases} y' = 2(t+1)y^{2/3} \\ y(1) = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} y' = 2(t+1)y^{2/3} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

8.12 Esercizio

Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = y(y-1)(y-2).$$

8.13 Esercizio

Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = \frac{(1+t^2)(1-y^2)}{ty}.$$

8.14 Esercizio

Controllare se la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3y^4(6t + e^t) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

è definita su tutto \mathbb{R} oppure no.

8.15 Esercizio

Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{yt \cos t - y}{t} \\ y(\pi) = 2 \end{cases}$$