

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

5-6 novembre

12-13 novembre

19-20 novembre.

ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.

2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)(\ln x)^n,$$

studiarne la convergenza puntuale, uniforme, assoluta, totale. Calcolarne la somma.

2. Dire per quali valori del parametro reale α il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{x^2 - \alpha y}{x^2(y-2)}, \frac{2 - x^2}{x(y-2)^2} \right)$$

è **irrotazionale**. Per tale valore di α , dire se il campo è conservativo in ciascuno degli aperti connessi in cui è definito, e calcolare il lavoro compiuto da \mathbf{F} per spostare un punto materiale da $(1, 0)$ a $(3, 1)$.

3. Trovare e classificare i punti critici di

$$f(x, y) = y^2 - 2y^4 - x^2y^2.$$

4. Dire per quali valori $\alpha > 0$ esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{|x|^\alpha + y^2}.$$

5. Dire per quali valori dei parametri reali a e b si può applicare il teorema di Dini per mostrare che l'insieme

$$E = \{(x, y) : \cos(\pi xy) - e^{y^2} + x^2 + ay + b = 0\}$$

costituisce, in un intorno dell'origine, il grafico di una funzione $y = f(x)$. Scrivere il polinomio di MacLaurin di grado 2 della funzione f .

6. Disegnare l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

e calcolare la posizione del suo baricentro.

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

5-6 novembre

12-13 novembre

19-20 novembre.

ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.

2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)(e^x - 1)^n,$$

studiarne la convergenza puntuale, uniforme, assoluta, totale. Calcolarne la somma.

2. Dire per quali valori del parametro reale α il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{x^2 + \alpha y}{(y-2)x^2}, \frac{2-x^2}{x(y-2)^2} \right)$$

è **irrotazionale**. Per tale valore di α , dire se il campo è conservativo in ciascuno degli aperti connessi in cui è definito, e calcolare il lavoro compiuto da \mathbf{F} per spostare un punto materiale da $(1, 0)$ a $(2, -1)$.

3. Trovare e classificare i punti critici di

$$f(x, y) = x^2 - x^2y^2 - 2x^4.$$

4. Dire per quali valori $\alpha > 0$ esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + |y|^\alpha}.$$

5. Dire per quali valori dei parametri reali a e b si può applicare il teorema di Dini per mostrare che l'insieme

$$E = \{(x, y) : \cos(\pi xy) + e^{y^2} - x^2 + ay + b = 0\}$$

costituisce, in un intorno dell'origine, il grafico di una funzione $y = f(x)$. Scrivere il polinomio di MacLaurin di grado 2 della funzione f .

6. Disegnare l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

e calcolare la posizione del suo baricentro.