

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

1-2 ottobre

8-9 ottobre

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data l'equazione

$$(x+1)y^2 + (x^2-2)y + \sin(xy) = -1,$$

si dimostri che in un intorno del punto  $(0,1)$  essa descrive il grafico di una funzione  $\varphi$  di una sola variabile. Si determini

$$\lim_{y \rightarrow 1} \frac{\varphi(y)}{(y-1)^2}.$$

2. a) Mostrare che il solido

$$E = \left\{ (x, y, z) : x \geq 0, x^2 - x^4 \geq \sqrt{y^2 + z^2} \right\}$$

è di rotazione (attorno a quale asse?), e disegnarlo;

b) calcolare il volume di  $E$ ;

c) trovare una parametrizzazione di  $\partial E$  come superficie regolare.

3. Data l'equazione differenziale

$$y''(x) - 2\alpha y'(x) + 3y(x) = 0,$$

trovare i valori  $\alpha \in \mathbb{R}$  per i quali **tutte** le soluzioni dell'equazione sono infinitesime per  $x \rightarrow +\infty$ .

4. Trovare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = 4x^2 - 4y^3 + 4xy^2 - 7x.$$

Successivamente, dire se esistono massimo e minimo assoluti nel primo quadrante  $(0, +\infty) \times (0, +\infty)$ .

5. Determinare i valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  tali che il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{\alpha - y^2}{y(x-1)^2}, \frac{xy^2 - 1}{y^2(x-1)} \right)$$

sia conservativo nell'insieme  $(1, +\infty) \times (0, +\infty)$ . Per tali valori di  $\alpha$ , calcolare il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo la curva

$$\gamma(t) = \left( 2 + \frac{4}{\pi} \arctan(1-t), \sqrt{1+3t^2} \right), \quad t \in [0, 1].$$

**Punteggi:** **1:** 7 punti; **2:** 8 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

 1-2 ottobre 8-9 ottobre

Note.....

## ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data l'equazione

$$(x-1)y^2 + (x^2+4)y + \cos(xy) = 5,$$

si dimostri che in un intorno del punto  $(0, 2)$  essa descrive il grafico di una funzione  $\varphi$  di una sola variabile. Si determini

$$\lim_{y \rightarrow 2} \frac{\varphi(y)}{(y-2)^2}.$$

2. a) Mostrare che il solido

$$E = \left\{ (x, y, z) : y \geq 0, 4y^2 - y^4 \geq \sqrt{x^2 + z^2} \right\}$$

è di rotazione (attorno a quale asse?), e disegnarlo;

b) calcolare il volume di  $E$ ;c) trovare una parametrizzazione di  $\partial E$  come superficie regolare.

3. Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + 2\alpha y'(x) + 4y(x) = 0,$$

trovare i valori  $\alpha \in \mathbb{R}$  per i quali **tutte** le soluzioni dell'equazione sono infinitesime per  $x \rightarrow +\infty$ .

4. Trovare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = 4x^2y + 4y^2 - 7y - 4x^3.$$

Successivamente, dire se esistono massimo e minimo assoluti nel primo quadrante  $(0, +\infty) \times (0, +\infty)$ .

5. Determinare i valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  tali che il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{yx^2 - 1}{x^2(y-1)}, -\frac{x^2 + \alpha}{x(y-1)^2} \right)$$

sia conservativo nell'insieme  $(0, +\infty) \times (1, +\infty)$ . Per tali valori di  $\alpha$ , calcolare il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo la curva

$$\gamma(t) = \left( \sqrt{1+3t^2}, 2 + \frac{4}{\pi} \arctan(1-t) \right), \quad t \in [0, 1].$$

**Punteggi:** **1:** 7 punti; **2:** 8 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.