

**Cognome e nome** ..... **N. matricola** .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

18 settembre

24-25 settembre.

### ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \sqrt{\frac{4n}{4(x+n)^2 + 1}},$$

studiarne la convergenza puntuale e quella uniforme.

2. Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{(x^2 + 10y^2 + 4xy, 3x^2)}{(x + 2y)^2}$$

su un punto materiale che si muove lungo la curva

$$\gamma \quad \begin{cases} x(t) = \sin^2(5t) \\ y(t) = 1 + \cos^4(t) \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

3. Mostrare a priori che la funzione  $f(x, y) = 2x + 4y$  ammette massimo e minimo assoluti nell'insieme  $E$  dei punti  $(x, y)$  tali che

$$x^4 + y^2 \leq 17,$$

e poi calcolare tali valori di massimo e minimo.

4. Dire se esistono i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y}{\sqrt{|x|}}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y}{\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|}}.$$

5. Mostrare che in un opportuno intorno del punto  $(0, 1)$  i punti dell'insieme

$$E = \{(x, y) : \sqrt{1 + 2xy} + x - \sin x = \cos(xy - x)\}$$

costituiscono il grafico di una funzione  $y = f(x)$  oppure  $x = f(y)$ . Scrivere il polinomio di Taylor del secondo ordine di  $f$  con punto iniziale 0 oppure 1, e disegnare l'insieme  $E$  in un intorno di  $(0, 1)$ .

6. Considerare il solido  $E$  ottenuto ruotando l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 5(y + 2) \leq x \leq 16 - y^4\}$$

di un giro completo intorno all'asse  $y$ . Calcolare il volume e la posizione del baricentro di  $E$ .

**Cognome e nome** ..... **N. matricola** .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

18 settembre

24-25 settembre.

### ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \sqrt{\frac{n+1}{1+(x+n)^2}},$$

studiarne la convergenza puntuale e quella uniforme.

2. Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{(2y^2, 3x^2 + y^2 - 6xy)}{(3x - y)^2}$$

su un punto materiale che si muove lungo la curva

$$\gamma \quad \begin{cases} x(t) = e^t + t^4 \\ y(t) = -\sqrt{1+3t^2} \end{cases} \quad t \in [0, 1].$$

3. Mostrare a priori che la funzione  $f(x, y) = 2x - y$  ammette massimo e minimo assoluti nell'insieme  $E$  dei punti  $(x, y)$  tali che

$$x^2 + y^4 \leq 17,$$

e poi calcolare tali valori di massimo e minimo.

4. Dire se esistono i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y}{\sqrt{|y|}}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y}{\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|}}.$$

5. Mostrare che in un opportuno intorno del punto  $(1, 0)$  i punti dell'insieme

$$E = \{(x, y) : y + \sqrt{1+2xy} = \cos(xy - y) + \sin y\}$$

costituiscono il grafico di una funzione  $y = f(x)$  oppure  $x = f(y)$ . Scrivere il polinomio di Taylor del secondo ordine di  $f$  con punto iniziale 1 oppure 0, e disegnare l'insieme  $E$  in un intorno di  $(1, 0)$ .

6. Considerare il solido  $E$  ottenuto ruotando l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 5(2 - y) \leq x \leq 16 - y^4\}$$

di un giro completo intorno all'asse  $y$ . Calcolare il volume e la posizione del baricentro di  $E$ .