SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea in Biotecnologie Agro–Industriali
Prova scritta di Fisica - A.A. 2014-15 - 6 luglio 2015

(1) Di un blocco di ghiaccio di 5 kg, alla temperatura di $-5°$C, se ne sciolgono 600 g, perché lasciato all'aria. A che temperatura si trova il ghiaccio superstite? Quanto calore ha assorbito il ghiaccio nel processo (il calore latente di fusione del ghiaccio è pari a 80 cal/g)?

(2) Una spira di circolare di raggio $r = 5$ cm è disposta in modo tale che il suo piano sia perpendicolare alle linee di forza di un campo magnetico uniforme. La spira è di metallo e presenta una resistenza elettrica $R = 2.2\ \Omega$. A un certo istante è ruotata di 90 gradi attorno a un suo diametro in un tempo $\Delta t = 0.01$ s e si osserva passare una corrente nella spira pari a 3.1 mA. Quanto vale l'intensità del campo magnetico?

(3) Un ragazzo vuole misurare la profondità di un pozzo molto profondo e molto ampio. Per farlo vi lascia cadere un sasso e misura il tempo trascorso tra l'istante in cui il sasso è lasciato andare e quello in cui percepisce il rumore fatto dal sasso che arriva sul fondo del pozzo. Sapendo che la velocità del suono è $c = 330$ m/s e che il tempo misurato è di 1.023 s, calcola la profondità del pozzo. Se il ragazzo non lasciasse andare il sasso, ma lo lanciasse orizzontalmente con velocità $v_0 = 0.2$ m/s, e supponendo che tale velocità sia sufficientemente bassa affinché il sasso non urti le pareti del pozzo, di quanto cambierebbe il tempo di caduta del sasso?

(1) Nello stato iniziale abbiamo $m_1 = 5$ kg di ghiaccio alla temperatura $T_1 = -5°$C, che nello stato finale diventano $m_2 = 4.4$ kg a temperatura T_2. Poiché nello stato finale c'è ancora ghiaccio la temperatura del sistema è $T = 0°$C, perciò la temperatura del ghiaccio è cambiata di 5°C (equivalenti a 5 K).

Il ghiaccio dunque deve prima aver assorbito una quantità di calore $\Delta Q_1 = cm\Delta T$ per passare dalla temperatura iniziale a quella finale, con $c = 2$ cal/gK, poi deve aver acquistato calore per $\Delta Q_2 = \lambda \Delta m$ per sciogliersi, dove λ è il calore latente di fusione del ghiaccio.

Badando di usare le giuste unità di misura calcoliamo il calore necessario per passare da T_1 a T_2

$$\Delta Q_1 = cm\Delta T = 2 \times 5\,000 \times 4 = 40\,000\,\mathrm{cal}\,,$$

e quello per sciogliere i 600 g di ghiaccio come

$$\Delta Q_2 = \lambda \Delta m = 80 \times 600 = 48\,000\,\mathrm{cal}\,.$$

Complessivamente sono state necessarie $40 + 48 = 88$ kcal.

(2) Quando la spira ruota cambia il flusso del campo magnetico intercettato dalla spira dal valore iniziale di

$$\Phi_1 = \pi r^2 B$$

a $\Phi_2 = 0$. Dal momento che questo cambiamento di flusso avviene in un tempo Δt, la variazione di flusso nell'unità di tempo vale

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Delta t} = \frac{\pi r^2 B}{\Delta t}\,.$$

Questa variazione di flusso provoca la comparsa di una fem che, a sua volta, provoca il passaggio di corrente. La fem è, in modulo, uguale alla variazione di flusso e, per la Legge di Ohm, uguale al prodotto RI. Abbiamo perciò che

$$\frac{\pi r^2 B}{\Delta t} = RI$$

da cui si ricava

$$B = \frac{RI}{\pi r^2} = \frac{2.2 \times 3.1 \times 10^{-3}}{3.14 \times 0.05^2} \simeq 0.87\,\mathrm{T}\,.$$

(3) L'equazione del moto del sasso è quella di un moto uniformemente accelerato dalla forza di gravità con velocità iniziale nulla. Prendendo come riferimento il punto da cui il sasso viene lanciato, la quota y raggiunta al tempo t si scrive

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

per cui il tempo t impiegato per toccare il fondo alla profondità h vale

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

A questo tempo si deve aggiungere quello necessario perché il suono prodotto giunga al ragazzo. Il suono viaggia a velocità costante perciò possiamo scrivere che

$$h = ct'$$

e quindi $t' = \frac{h}{c}$. Il tempo misurato è la somma di t e t' e quindi

$$t + t' = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{c}\,.$$

Per trovare h possiamo isolare il termine con la radice

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} = t + t' - \frac{h}{c}$$

ed elevare al quadrato:

$$\frac{2h}{g} = (t + t')^2 + \frac{h^2}{c^2} - 2\frac{h}{c}(t + t')$$

ottenendo l'equazione di secondo grado

$$\frac{1}{c^2}h^2 - 2\left(\frac{t + t'}{c} + \frac{1}{g}\right)h + (t + t')^2$$

Chiamando a, b, c i coefficienti dell'equazione con incognita h, la soluzione è

$$h_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\,.$$

Delle due possibili soluzioni solo una è quella giusta. La soluzione col segno $-$ è

$$h = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\,.$$

I valori dei coefficienti sono

$$a = \frac{1}{c^2} \simeq 0.918 \times 10^{-5} \qquad b = -2\left(\frac{t + t'}{c} + \frac{1}{g}\right) = -0.210$$

$$c = 1.047$$

in unità SI. Una soluzione vale $h = 4.98$ m. L'altra soluzione è un numero molto grande ($h \simeq 23\,000$) che corrisponde al caso in cui il tempo impiegato dal sasso a cadere sia negativo (!). Si tratta, evidentemente, di una soluzione non fisica che compare perché abbiamo elevato l'equazione del moto al quadrato. La soluzione fisica dell'equazione della caduta è infatti

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

mentre la matematica direbbe che è possibile anche la soluzione

$$t = -\sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

Quando si eleva al quadrato l'equazione si reintroduce artificialmente la possibilità, per questa soluzione, di essere valida. Dobbiamo quindi scartarla.

Il pozzo quindi è profondo $h = 4.87$ m.

Se si aggiunge una componente orizzontale alla velocità iniziale del sasso non cambia niente del suo moto lungo la direzione verticale, perciò la variazione di tempo rispetto al caso precedente è nulla.