

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

9–10 luglio

15–17 luglio

22–24 luglio

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Sia $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da $\gamma(t) = e^t(\cos t, \sin t)$.

- a) Disegnare il sostegno di γ e calcolarne la lunghezza;
- b) calcolare l'area del dominio limitato $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ delimitato dal sostegno di γ e dal segmento di estremi $(-e^\pi, 0)$ e $(1, 0)$.

2. Calcolare il baricentro del seguente insieme:

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y^2 + z^2 \leq x^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 8\}.$$

3. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'(x) + \alpha y(x) = 3e^{3x} - 2.$$

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = 3e^{x+y-2} - 2x - y$.

- a) Determinare e classificare, purché esistano, i punti critici di f ;
- b) detta $y = h(x)$ la funzione definita implicitamente dall'equazione $f(x, y) = 0$ in un intorno del punto $(1, 1)$, determinare il polinomio di Taylor di h di ordine 2 centrato in $x = 1$.

5. Dato il campo di vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{2y^2 - x^2}{(x^2 + 2y^2)^2}, -\frac{4xy}{(x^2 + 2y^2)^2} \right),$$

1. dimostrare a priori che è conservativo nel suo dominio, senza calcolarne i potenziali;
2. calcolarne i potenziali.

Punteggi: **1:** 7 punti; **2:** 8 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

9–10 luglio

15–17 luglio

22–24 luglio

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Sia $\gamma : [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da $\gamma(t) = e^{-t}(\cos t, \sin t)$.

- a) Disegnare il sostegno di γ e calcolarne la lunghezza;
- b) calcolare l'area del dominio limitato $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ delimitato dal sostegno di γ e dal segmento di estremi $(0, e^{-\pi/2})$ e $(0, -e^{\pi/2})$.

2. Calcolare il baricentro del seguente insieme:

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0, x^2 + z^2 \leq y^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 8\}.$$

3. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'(x) - \alpha y(x) = 2e^{-2x} + 3.$$

4.

Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = 4e^{x+y-2} - x - 3y$.

- a) Determinare e classificare, purché esistano, i punti critici di f ;
- b) detta $y = h(x)$ la funzione definita implicitamente dall'equazione $f(x, y) = 0$ in un intorno del punto $(1, 1)$, determinare il polinomio di Taylor di h di ordine 2 centrato in $x = 1$.

5. Dato il campo di vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(-\frac{8xy}{(4x^2 + y^2)^2}, \frac{4x^2 - y^2}{(4x^2 + y^2)^2} \right),$$

1. dimostrare a priori che è conservativo nel suo dominio, senza calcolarne i potenziali;
2. calcolarne i potenziali.

Punteggi: **1:** 7 punti; **2:** 8 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.