



- (1) Quattro moli di gas perfetto, contenute in un recipiente di 200 litri e alla pressione di 6.0^4 Pa sono compresse isotermicamente in modo da dimezzarne il volume. Calcola la temperatura del gas in gradi Celsius e disegna sul piano di Clapeyron la trasformazione indicando le coordinate dei punti iniziali e finali e il verso in cui avviene la trasformazione.
- (2) I condensatori che si trovano comunemente in commercio possono arrivare a una capacità dell'ordine di $10\,000\ \mu\text{F}$ e sopportano una differenza di potenziale di circa 25 V. Quanta energia si può immagazzinare in un condensatore del genere? Se si trascurano tutti gli effetti dissipativi, fino a che altezza si potrebbe sollevare un peso di 1 kg usando un motore elettrico alimentato da un tale condensatore?
- (3) Un'automobile incautamente parcheggiata sulla sommità di un dirupo alto 3.6 m, lasciata in folle e senza freno a mano, comincia a muoversi. Giunta sul ciglio con un velocità di 2.3 km/h, cade nel burrone. Assumendo che nel momento in cui inizia a cadere l'automobile si stava muovendo in direzione orizzontale, calcola il tempo che impiega a raggiungere il fondo e la velocità con la quale impatta al suolo.

- (1) Come nostra abitudine, prima di cominciare a pensare alla soluzione di un problema, è utile convertire le unità di misura dei dati in un sistema coerente. In questo caso abbiamo che il numero di moli $n = 4$, la pressione $p = 6.0 \times 10^4$ è data in Pascal, quindi il volume dovrebbe essere espresso in m^3 e non in litri: poiché un litro corrisponde a 1 dm^3 , per fare un metro cubo occorrono mille litri. Di conseguenza 200ℓ corrispondono a un volume di $V = 0.20 \text{ m}^3$.

Poiché il gas è perfetto, vale la Legge di stato, che ci dice che

$$pV = nRT$$

da cui si ottiene

$$T = \frac{pV}{nR} = \frac{6.0 \times 10^4 \times 0.20}{4 \times 8.314} \simeq 361 \text{ K}$$

che corrispondono a $T = 361 - 273 = 88^\circ\text{C}$.

Nello stato finale $V' = V/2 = 0.1 \ell$. Poiché la compressione è isoterma, la pressione finale si ricava sempre usando l'equazione di stato

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{4 \times 8.31 \times 361}{0.1} \simeq 12 \times 10^4 \text{ Pa}.$$

La trasformazione ha l'aspetto di un ramo d'iperbole che parte dal punto $I = (0.2, 60)$ e finisce nel punto $O = (0.1, 120)$ dove le coordinate sono date in (m^3 , kPa).

- (2) L'energia che si può immagazzinare in un condensatore si valuta usando la formula

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}10^4 \times 10^{-6} \times 25^2 \simeq 3.1 \text{ J}.$$

Un corpo di $m = 1 \text{ kg}$ di massa richiede, per essere sollevato a un'altezza h , un'energia pari a $G = mgh$. Deve quindi essere

$$mgh = U$$

quindi

$$h = \frac{U}{mg} = \frac{3.1}{1 \times 9.8} \simeq 0.32 \text{ m}$$

corrispondenti a 32 cm.

- (3) Come sempre, convertiamo i dati in unità SI: la velocità di 2.3 km/h corrisponde a

$$2.3 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2.3 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{2.3 \text{ m}}{3.6 \text{ s}} = 0.64 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Il tempo di caduta di un oggetto è indipendente dalla componente orizzontale della velocità e dipende esclusivamente dall'altezza h : infatti l'equazione del moto dell'oggetto si può scrivere nelle due dimensioni come

$$\begin{cases} x(t) = v_x t \\ y(t) = v_y t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

in un sistema di assi cartesiani con l'origine sul ciglio del burrone, in cui l'asse verticale è orientato verso l'alto e quello orizzontale nella direzione di moto dell'auto. Per cadere l'auto deve raggiungere la quota $y = -h$, quindi dev'essere

$$-h = v_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

ed essendo la velocità iniziale dell'auto orizzontale, dev'essere $v_y = 0$, quindi possiamo scrivere che

$$\frac{1}{2} g t^2 = h$$

e quindi che

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.6}{9.8}} \simeq 0.86 \text{ s}.$$

La velocità dell'impatto si calcola come la radice della somma dei quadrati delle due componenti, orizzontale e verticale, della velocità: la prima è costante e vale $v_x = 0.64 \text{ m/s}$, e la seconda si ricava da

$$v_y = g t = 9.8 \times 0.86 \simeq 8.4 \text{ ms}^{-1}.$$

Abbiamo quindi che

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \simeq 8.4 \text{ ms}^{-1}.$$

Il valore è praticamente lo stesso di v_y perché la componente orizzontale della velocità è trascurabile rispetto a quella verticale, il che significa che l'auto cade praticamente quasi in verticale.