Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
○ 9–12 giugno ○ 15 giugno (max. 15 persone) ○ 30 giugno–2 luglio ○ al secondo appello

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Trovare e classificare i punti critici di $f : \Omega \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = x^2 - xy + \frac{1}{3}y^3 .$$

Calcolare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y \le 1, 0 \le x \le y\}$. **Domanda bonus:** Trovare estremo superiore ed estremo inferiore di f nel primo quadrante.

---

2. Determinare (purché esista) $a \in \mathbb{R}$ tale che la forma differenziale

$$\omega_a(x,y) = \frac{x}{x^2+4y^2+1}\,dx + \left(ax + \frac{4y}{x^2+4y^2+1}\right)\,dy.$$

sia esatta nel suo dominio, e determinarne una funzione potenziale.
Sia $\gamma(t) = (3t, 2t^2)$, $t \in [0,1]$, orientata nel verso delle t crescenti. Calcolare

$$\int_\gamma \omega_1 \ = \ \int_\gamma \frac{x}{x^2+4y^2+1}\,dx + \left(x + \frac{4y}{x^2+4y^2+1}\right)\,dy.$$

---

3. Al variare del parametro reale α, trovare l'integrale generale dell'equazione

$$y''(x) + 6y'(x) + \alpha y(x) = 5e^{-3x} .$$

Dire per quali α l'equazione ammette almeno una soluzione non infinitesima per $x \to +\infty$.

---

4. Mostrare che in un opportuno intorno del punto $(0,1)$ i punti dell'insieme

$$E = \{(x,y) \ : \ e^{2xy} + \cos(x^2) + x + 2\cos(\pi y) = 0\}$$

costituiscono il grafico di una funzione $y = f(x)$ oppure $x = f(y)$. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione f con punto iniziale $x = 0$ oppure $y = 1$ e disegnare la forma di E vicino al punto $(0,1)$.

---

5. Disegnare l'insieme

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \le 2\,, \ 0 \le y \le x^2\right\}$$

e calcolare il volume del solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D di un giro completo intorno all'asse y.

Punteggi: **1:** 6 punti (+ 2 domanda bonus); **2:** 8 punti; **3:** 8 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 9–12 giugno ◯ 15 giugno (max. 15 persone) ◯ 30 giugno–2 luglio ◯ al secondo appello

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Trovare e classificare i punti critici di $f : \Omega \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = y^2 + xy + \frac{1}{3}x^3 .$$

Calcolare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \le 1, \ -x \le y \le 0\}$.
Domanda bonus: Trovare estremo superiore ed estremo inferiore di f nel quarto quadrante.

---

2. Determinare (purché esista) $a \in \mathbb{R}$ tale che la forma differenziale

$$\omega_a(x, y) = \left(\frac{4x}{4x^2 + y^2 + 1} + ay\right) dx + \frac{y}{4x^2 + y^2 + 1}\, dy.$$

sia esatta nel suo dominio, e determinarne una funzione potenziale.
Sia $\gamma(t) = (3t^2, 2t)$, $t \in [0, 1]$, orientata nel verso delle t crescenti. Calcolare

$$\int_\gamma \omega_1 \ = \ \int_\gamma \left(\frac{4x}{4x^2 + y^2 + 1} + y\right) dx + \frac{y}{4x^2 + y^2 + 1}\, dy.$$

---

3. Al variare del parametro reale α, trovare l'integrale generale dell'equazione

$$y''(x) + 8y'(x) + \alpha y(x) = e^{-4x} .$$

Dire per quali α l'equazione ammette almeno una soluzione non infinitesima per $x \to +\infty$.

---

4. Mostrare che in un opportuno intorno del punto $(0, 2)$ i punti dell'insieme

$$E = \{(x, y) \ : \ 3x + e^{-xy} + \operatorname{sen}(x^2) = \cos(y - 2)\}$$

costituiscono il grafico di una funzione $y = f(x)$ oppure $x = f(y)$. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione f con punto iniziale $x = 0$ oppure $y = 2$ e disegnare la forma di E vicino al punto $(0, 2)$.

---

5. Disegnare l'insieme

$$D = \Big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \le 12\,, \ -x^2 \le y \le 0\Big\}$$

e calcolare il volume del solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D di un giro completo intorno all'asse y.

Punteggi: 1: 6 punti (+ 2 domanda bonus); **2:** 8 punti; **3:** 8 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.