

Cognome **Nome** **N. matr.**

In caso di ammissione, vorrei sostenere la prova teorica:

☐ 21 luglio; ☐ 23-24 luglio; ☐ 29-31 luglio; ☐ nell'appello di settembre.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.

2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.

3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = x - \log |x^2 - 3|,$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Determinare e disegnare tutte le soluzioni delle seguenti equazioni:

$$z^4 = (\bar{z})^4, \quad w^4(\bar{w})^4 = 256.$$

3. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x+3)^\alpha}{x^2} \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx,$$

e calcolarlo per $\alpha = 0$.

4. Calcolare, se esiste, l'ordine di infinito/infinitesimo delle seguenti funzioni, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \operatorname{tg} x - 2x^2, \quad g(x) = \frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{2}{x^2}, \quad h(x) = \sqrt{x} \left(\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

5. Studiare la convergenza, assoluta e semplice, delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{2}{\sqrt[3]{k}} - \sin \frac{2}{\sqrt[3]{k}} \right), \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{3k^2 + 2x^k} \quad (\text{al variare di } x > 0).$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 6 (4+2) punti; **3:** 8 (2+6) punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti.

Cognome **Nome** **N. matr.**

In caso di ammissione, vorrei sostenere la prova teorica:

☐ 21 luglio; ☐ 23-24 luglio; ☐ 29-31 luglio; ☐ nell'appello di settembre.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.

2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.

3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = x + \log |x^2 - 3|,$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Determinare e disegnare tutte le soluzioni delle seguenti equazioni:

$$z^4 = -(\bar{z})^4, \quad w^4(\bar{w})^4 = 1.$$

3. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x+2)^\alpha}{x^3} \log \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx,$$

e calcolarlo per $\alpha = 0$.

4. Calcolare, se esiste, l'ordine di infinito/infinitesimo delle seguenti funzioni, per $x \rightarrow 0^+$:

$$f(x) = \sin x - 3x^2, \quad g(x) = \frac{1}{\sin x} - \frac{3}{x^2}, \quad h(x) = \sqrt[3]{x} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

5. Studiare la convergenza, assoluta e semplice, delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \log \left(1 + \frac{1}{\sqrt{k}} \right) \right), \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{2k + 4x^k} \quad (\text{al variare di } x > 0).$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 6 (4+2) punti; **3:** 8 (2+6) punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti.