

Cognome e nome N. matricola

ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+2} (x^2 - 4)^{2n},$$

studiarne la convergenza puntuale, uniforme, assoluta, totale. Calcolarne la somma.

2. Dire per quali valori del parametro reale α il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{1}{x - 4y^2}, \frac{\alpha y^2 + x}{4y^3 - xy} \right)$$

è **irrotazionale**. Per tale valore di α , dire se il campo è conservativo in ciascuno degli aperti connessi in cui è definito, e calcolare il lavoro compiuto da \mathbf{F} per spostare un punto materiale da $(-1, 1)$ a $(0, 2)$.

3. Trovare e classificare i punti critici di

$$f(x, y) = 3x^2y - 3x^2 + 6xy - 6xy^2 + 4y^3 - 6y^2.$$

4. Dire se esistono i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3(2 + \sin x)}{x^2 + y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3(2 + \sin x)}{x^3 + y^3}.$$

5. Mostrare che in un opportuno intorno del punto $(1, 0)$ i punti dell'insieme

$$E = \{(x, y) : e^{xy} - \cos(y^2) - 3x - y + 3 = 0\}$$

costituiscono il grafico di una funzione $y = f(x)$ oppure $x = f(y)$. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione f con punto iniziale $x = 1$ oppure $y = 0$.

6. Disegnare l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x + y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0\}$$

e calcolare

$$\iint_D \frac{x}{(x^2 + y^2)^2} dx dy.$$