Cognome .... **Nome** .... **N. matr.** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 16–18 febbraio; ◯ 18–20 febbraio; ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x^4}{(x-2)^2}\right),$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. Trovare e disegnare le soluzioni complesse delle seguenti "equazioni":

$$(z^2-1)^2 + (z^2-1) + 1 = 0\,, \qquad \frac{w}{w-2i} \in \mathbb{R}.$$

---

3. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale converge, e calcolarlo per $\alpha = 0$:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{(1+x)^\alpha (x+2)^2}\,dx\,.$$

---

4. Trovare, se esiste, l'ordine di infinitesimo di ciascuna delle seguenti funzioni, per $x \to 0^+$:

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} - \frac{x}{\sin x}\,, \qquad g(x) = x^{\operatorname{tg} x} - 1.$$

---

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \sinh\left(\frac{\sqrt{k^2+3}}{k^2}\right), \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\left[\operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{3}{k}\right) - \frac{1}{\sqrt{k}}\right].$$

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 8 (3+5) punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti.

Cognome .... **Nome** .... **N. matr.** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 16–18 febbraio; ◯ 18–20 febbraio; ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{(x+1)^2}{x^4}\right),$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. Trovare e disegnare le soluzioni complesse delle seguenti "equazioni":

$$(z^2+1)^2 - (z^2+1) + 1 = 0\,, \qquad \frac{w}{i-w} \in \mathbb{R}.$$

---

3. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale converge, e calcolarlo per $\alpha = 0$:

$$\int_0^{+\infty} \frac{(1+x)^\alpha \operatorname{arctg} x}{(x+3)^2}\, dx\,.$$

---

4. Trovare, se esiste, l'ordine di infinitesimo di ciascuna delle seguenti funzioni, per $x \to 0^+$:

$$f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x} - \frac{x}{\operatorname{tg} x}\,, \qquad g(x) = x^{\sin x} - 1.$$

---

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{k^2+4}}{k^2}\right), \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{2}{k}\right) - \frac{1}{\sqrt{k}}\right].$$

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 8 (3+5) punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti.