Dim. per induzione

Proviamo che

$$\boxed{4^{2n+1} + 3^{n+2} \text{ è multiplo di } 13} \qquad (P_n)$$

- Proviamo (P_0)

$$4^1 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \qquad \text{sì, è multiplo di } 13.$$

- Supponiamo vera (P_n), proviamo (P_{n+1})

$$4^{2n+3} + 3^{n+3} \text{ è multiplo di } 13. \qquad (P_{n+1})$$

$$4^{2n+3} + 3^{n+3} = 4^2 \underbrace{\left(4^{2n+1} + 3^{n+2}\right)}_{\substack{\| \\ 13 \cdot k \ (k \in \mathbb{N}) \text{ per l'hyp. induttiva}}} - 4^2 \cdot 3^{n+2} + 3^{n+3} =$$

$$= 16 \cdot 13k - 3^{n+2}(16-3) =$$

$$= 16 \cdot 13k - 3^{n+2} \cdot 13 = 13 \underbrace{\left(16k - 3^{n+2}\right)}_{\text{intero}}$$

è multiplo di 13.

Dim. per induzione la formula del binomio di Newton.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \underline{a^{n-k}\, b^k} \qquad (P_n)$$

(P_0) $\quad (a+b)^0 = \sum_{k=0}^{0} \binom{0}{k} a^{0-k} b^k$

$(a+b)^0 = 1$

$\sum_{k=0}^{0} \binom{0}{k} a^{0-k} b^k = \binom{0}{0} a^0 b^0 = 1$

$\Downarrow$

(P_1) $\quad (a+b)^1 = \sum_{k=0}^{1} \binom{1}{k} a^{1-k} b^k$

$(a+b)^1 = a+b$

$$\sum_{k=0}^{1} \binom{1}{k} a^{1-k} b^k = \underbrace{\binom{1}{0} a^1 b^0}_{a} + \underbrace{\binom{1}{1} a^0 b^1}_{b} = a+b$$

Passaggio induttivo: Diamo per buona (P_n) e proviamo (P_{n+1})

$$(a+b)^{n+1} = (a+b)^n (a+b) = \text{ ipotesi induttiva}$$

$$= \left(\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \right)(a+b) =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n+1-k} b^k + \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^{k+1}$$

$k+1 = h$ $\quad$ h varia tra 1 e $n+1$

$k = h-1$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n+1-k} b^k + \underbrace{\sum_{h=1}^{n+1} \binom{n}{h-1} a^{n+1-h} b^h}$$

cambio puramente tipografico
h lo chiamo k.

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n+1-k} b^k + \sum_{k=1}^{n+1} \binom{n}{k-1} a^{n+1-k} b^k$$

$$= \binom{n}{0} a^{n+1} b^0 + \sum_{k=1}^{n} \left[\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} \right] a^{n+1-k} b^k + \binom{n}{n} a^0 b^{n+1}$$

$$= a^{n+1} + \sum_{k=1}^{n} \underbrace{\left[\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} \right]}_{= \binom{n+1}{k} \text{ da provare}} a^{n+1-k} b^k + b^{n+1}$$

$$= a^{n+1} + \sum_{k=1}^{n} \binom{n+1}{k} a^{n+1-k} b^k + b^{n+1} =$$

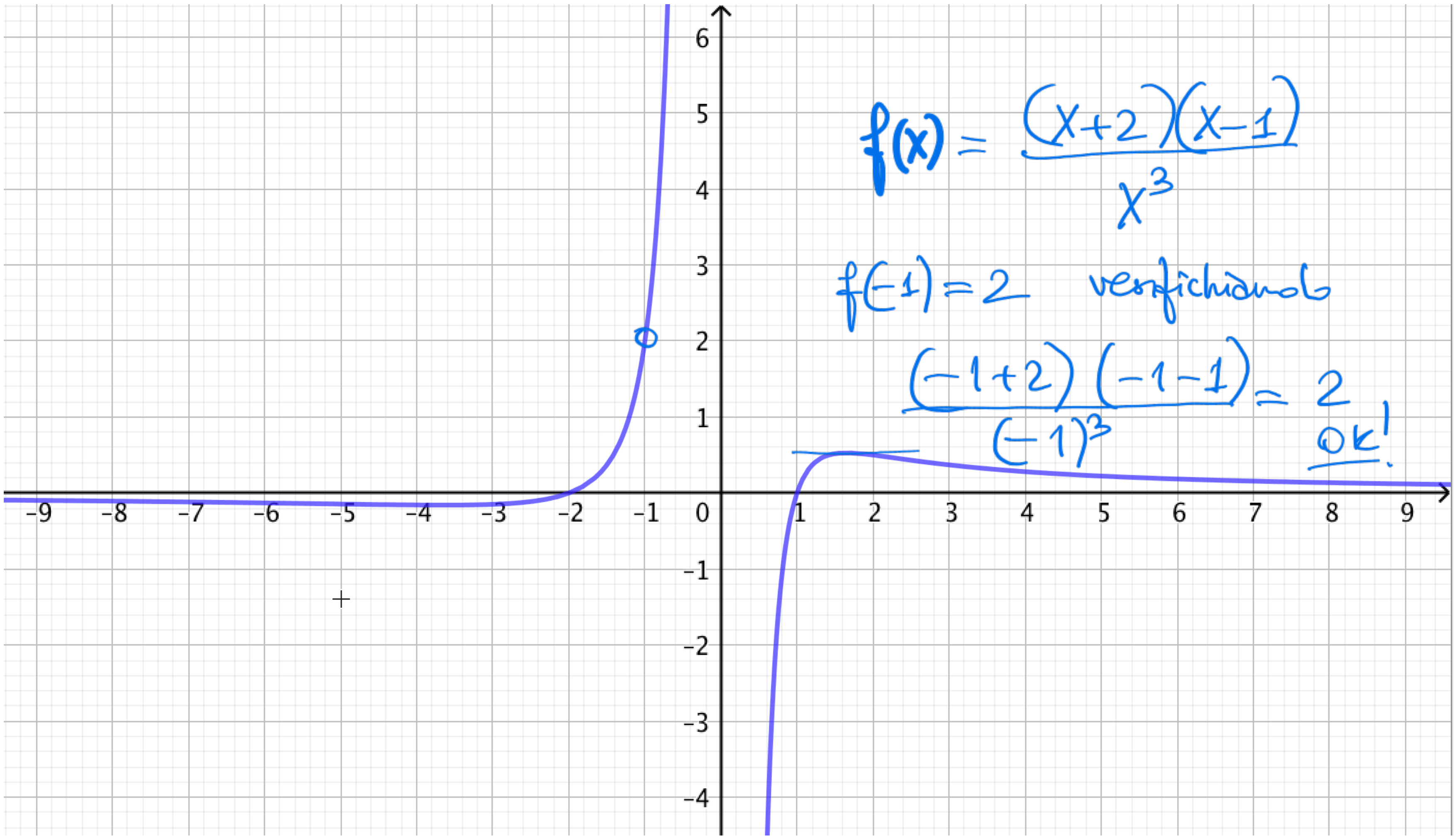
$$= \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} a^{n+1-k} b^k$$

Resta solo da provare che $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$

già provato due lezioni fa

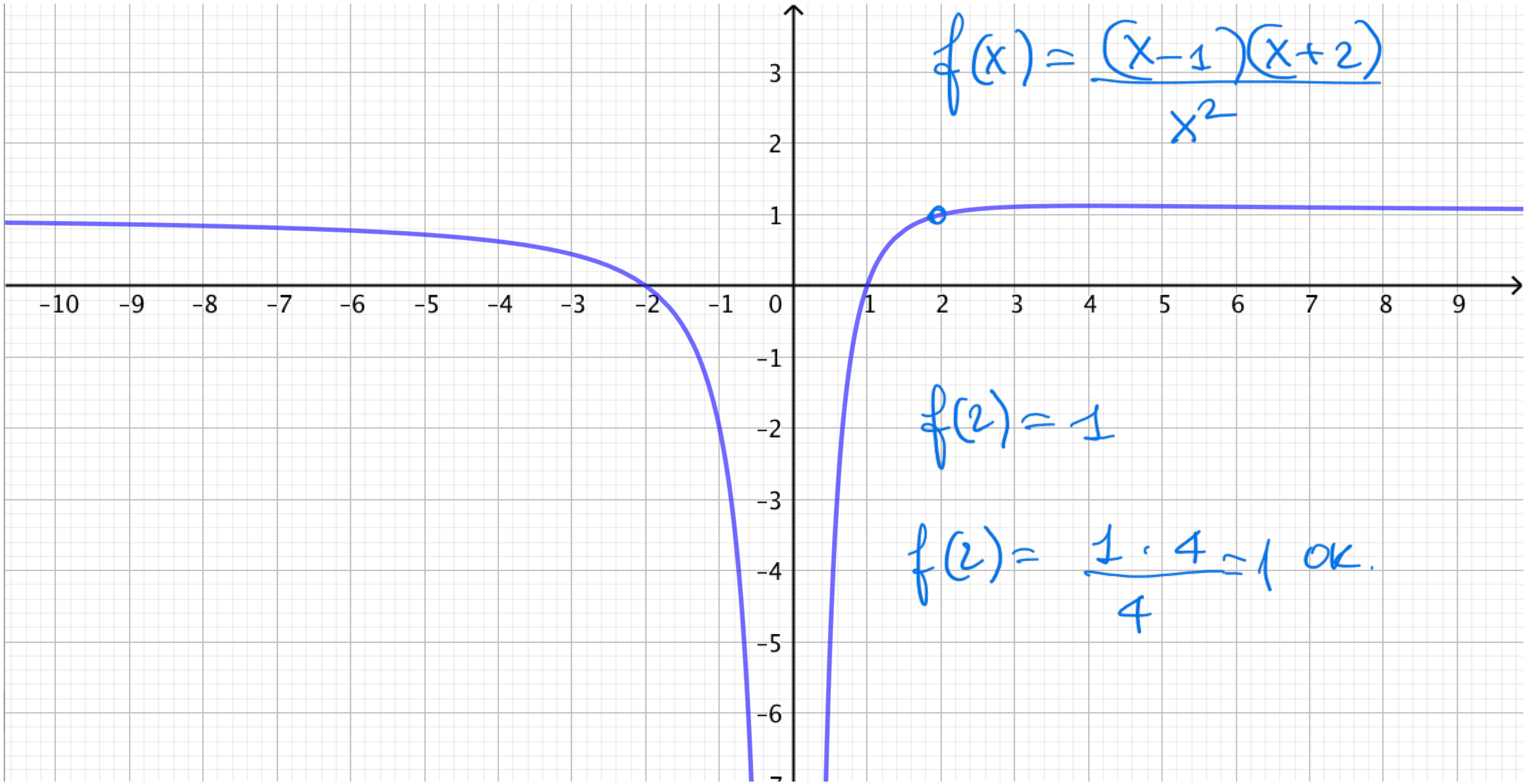
Esercizio

- Interpreta il disegno sottostante come grafico della funzione $f(x)$ e scrivine una possibile equazione algebrica.
- <u>Motiva la tua risposta.</u>



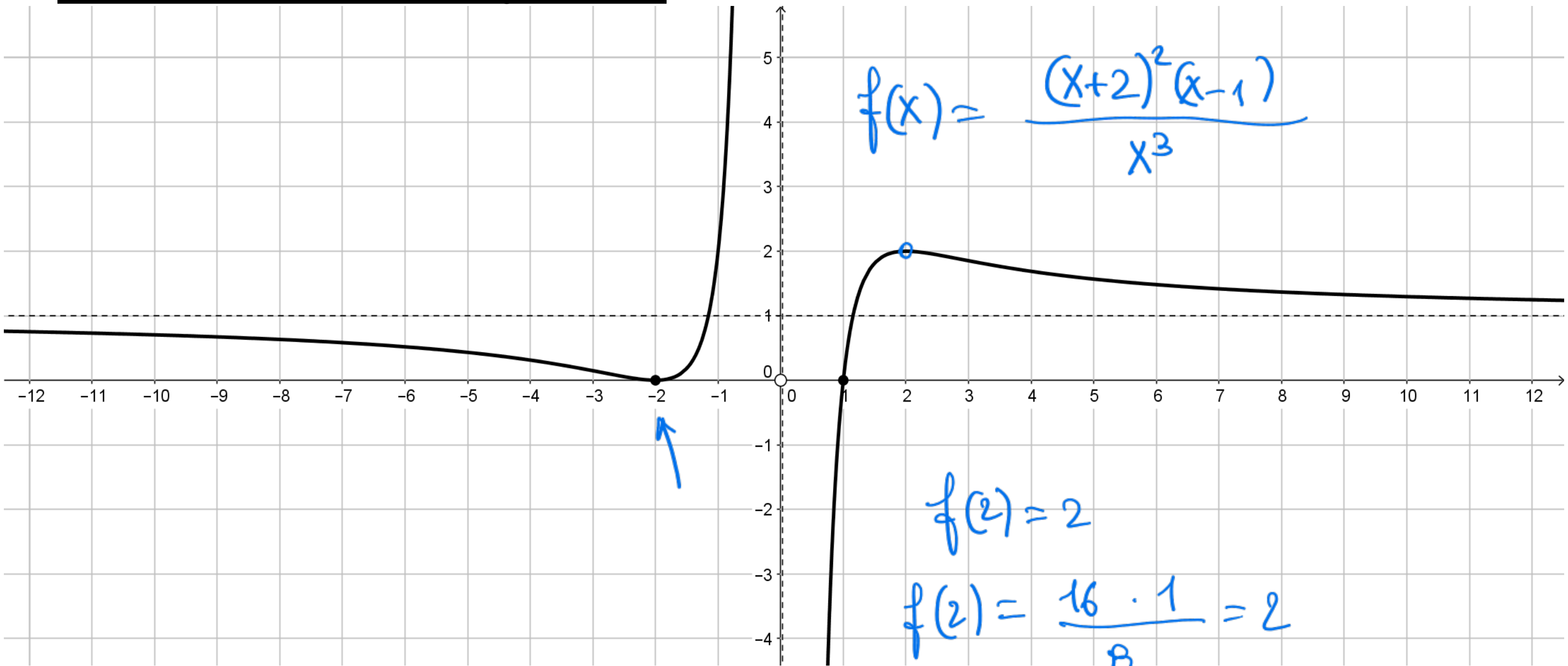
Esercizio

- Interpreta il disegno sottostante come grafico della funzione $f(x)$ e scrivine una possibile equazione algebrica.
- <u>Motiva la tua risposta.</u>



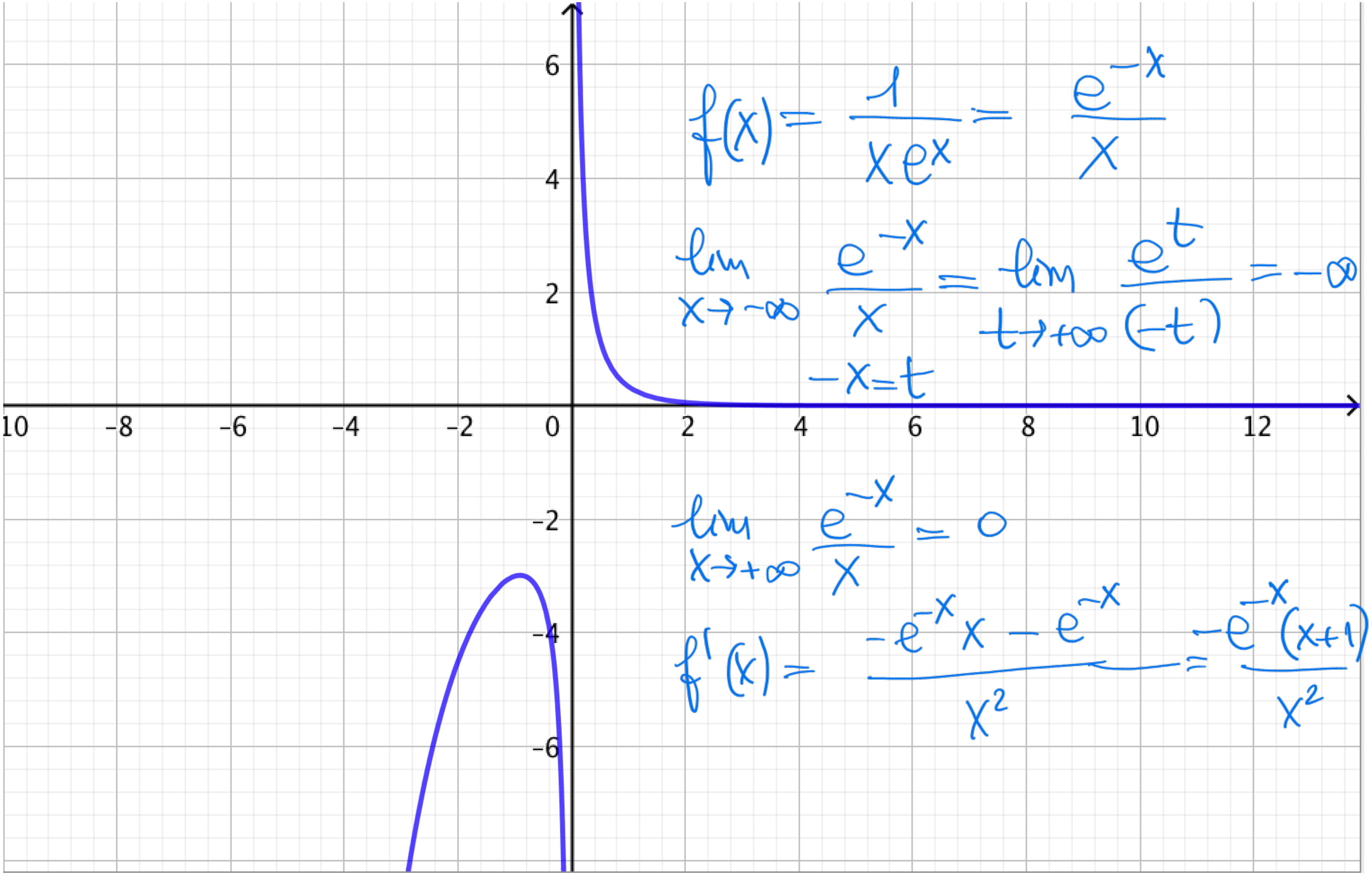
Esercizio

- Interpreta il disegno sottostante come grafico della funzione $f(x)$ e scrivine una possibile equazione algebrica.
- <u>Motiva la tua risposta.</u>



Esercizio

Stessa consegna



$$f(x) = \frac{1}{x e^{x}} = \frac{e^{-x}}{x}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{e^{-x}}{x} = \lim_{t \to +\infty} \frac{e^{t}}{(-t)} = -\infty$$

$$-x = t$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{-x}}{x} = 0$$

$$f'(x) = \frac{-e^{-x}x - e^{-x}}{x^2} = \frac{-e^{-x}(x+1)}{x^2}$$