

Risolvere la diseq^{ne}

$$2\sin x - 1 < 2\cos x - \operatorname{tg} x.$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} (2k+1)$$

$$2\sin x - 1 < 2\cos x - \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\frac{2\sin x \cos x - \cos x - \frac{\sin x}{\cos x} + \sin x}{\cos x} < 0$$

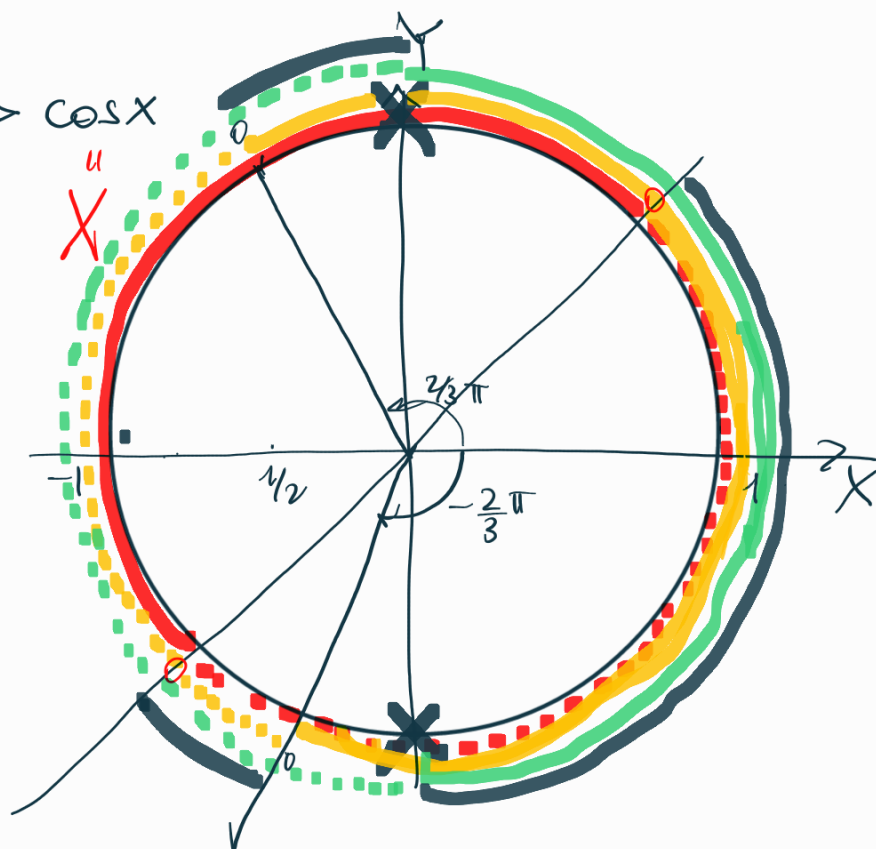
$$\frac{\sin x (2\cos x + 1) - \cos x (2\cos x + 1)}{\cos x} < 0$$

$$\frac{\overbrace{(\sin x - \cos x)}^A \underbrace{(2\cos x + 1)}^B}{\underbrace{\cos x}_C} < 0$$

$$A > 0 \Leftrightarrow$$

$$\sin x > \cos x$$

- segno di A
- segno di B
- segno di C
- $\frac{AB}{C} < 0$



Solⁿⁱ della diseq:

$$\left(-\frac{3\pi}{4} + 2k\pi < x < -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right) \vee \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}\right) \vee \left(\frac{\pi}{2} < x < \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\text{segno di } B = 2\cos x + 1 > 0$$



$$\cos x > -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{2}{3}\pi + 2k\pi < x < \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$$

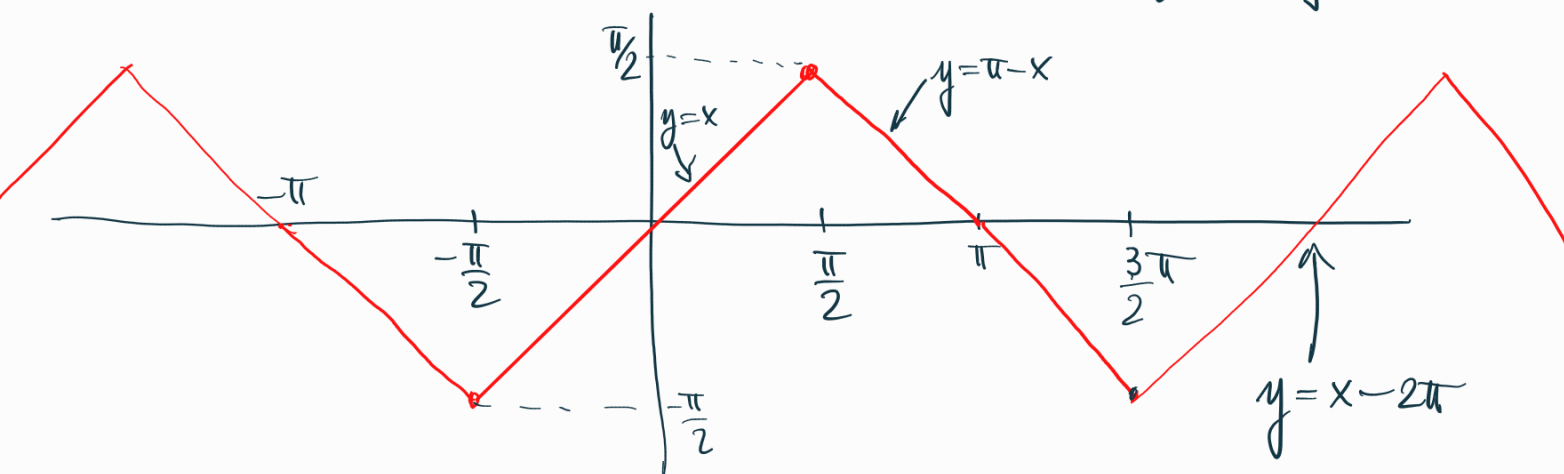
$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{segno di } C = \cos x > 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

Disegnare il grafico di $f(x) = \arcsin(\sin x)$

dom $f = \mathbb{R}$.

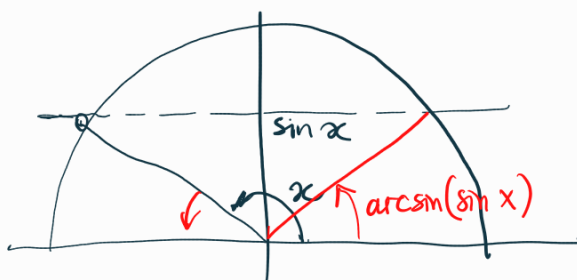
Sappiamo che $\arcsin(\sin x) = x \quad \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.



$$\arcsin(\sin x) = \pi - x \quad \text{se } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

$$\arcsin\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\arcsin(\sin \pi) = 0$$



Infine il grafico si completa tenendo conto che f è dispari e periodico di periodo 2π

Divisione di polinomi.

Siano

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = \sum_{j=0}^n a_j x^j$$

dove $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$

$$Q_m(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0 = \sum_{j=0}^m b_j x^j$$

dove $b_0, b_1, \dots, b_m \in \mathbb{R}$, $b_m \neq 0$.

due polinomi di grado n, m rispettivamente, con $n \geq m$.
Vogliamo definire la divisione di $P_n(x)$ (dividendo) per $Q_m(x)$ (divisore). Ciò significa trovare due polinomi $S_k(x)$ (quoziente) e $R_h(x)$ (resto) t.c.

$$P_n(x) = Q_m(x) S_k(x) + R_h(x) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (*)$$

con $h < m$

Per esempio, se divido un polinomio di grado 5ⁿ per un polinomio di grado $m=2$, si dovrà avere $h < 2$,
e $k = n - m = 3$.

Se $R_h(x) \equiv 0$, diremo che $P_n(x)$ è divisibile per $Q_m(x)$

TEOREMA.

Dati $P_n(x)$ e $Q_m(x)$, con $n \geq m$,
esiste un' unica coppia di polinomi $S_h(x)$, $R_h(x)$, con
 $h < m$ t.c. valga (*).

La dim. del teorema "coincide" con l'algoritmo di divisione.

Esempio:

$$P_4(x) = x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2x - 15, \quad Q_2(x) = x^2 - 1.$$

Fare la divisione di $P_4(x)$ per $Q_2(x)$ significa trovare
un polinomio $S_2(x) = c_2x^2 + c_1x + c_0$
e un polinomio $R_1(x) = d_1x + d_2$ t.c.

$$x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2x - 15 = (x^2 - 1) \left(\cancel{c_2}x^2 + \cancel{c_1}x + \cancel{c_0} \right) + d_1x + d_2.$$

$\begin{matrix} 2 & -13 \\ \cancel{c_2} & \cancel{c_1} & \cancel{c_0} \end{matrix}$

grado 4: $1 = c_2$

grado 3: $2 = c_1$

grado 2: $-14 = c_0 - 1 \Rightarrow c_0 = -13$

grado 1: $2 = -2 + d_1 \Rightarrow d_1 = 4$

grado 0: $-15 = 13 + d_2 \Rightarrow d_2 = -28$

Questi calcoli sono esattamente quelli che si fanno con
l'algoritmo della divisione

$x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2x - 15$	$x^2 - 1$
$-x^4 \quad \quad + x^2$	$x^2 + 2x - 13$
$\swarrow \quad 2x^3 - 13x^2 + 2x - 15$	$\underbrace{x^2 + 2x - 13}_{S_2(x)}$
$-2x^3 \quad \quad + 2x$	
$\swarrow \quad -13x^2 + 4x - 15$	
$13x^2 \quad \quad -13$	

/ $(4x - 28) R_1(x)$