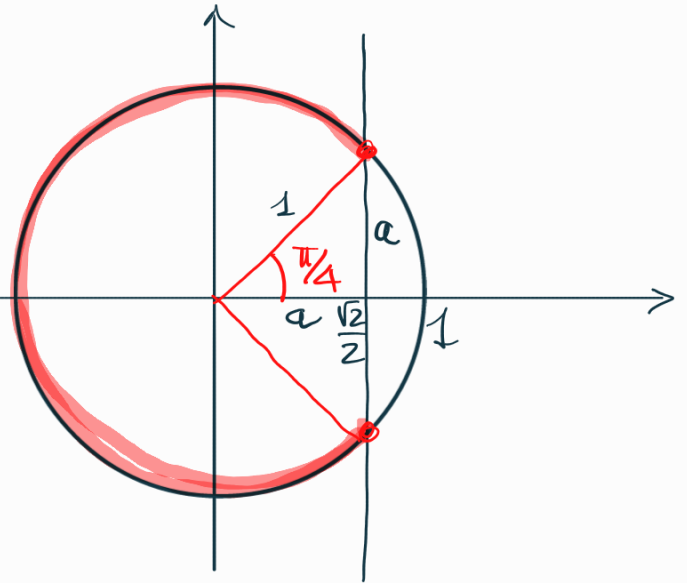


Disegⁿⁱ trigonometriche

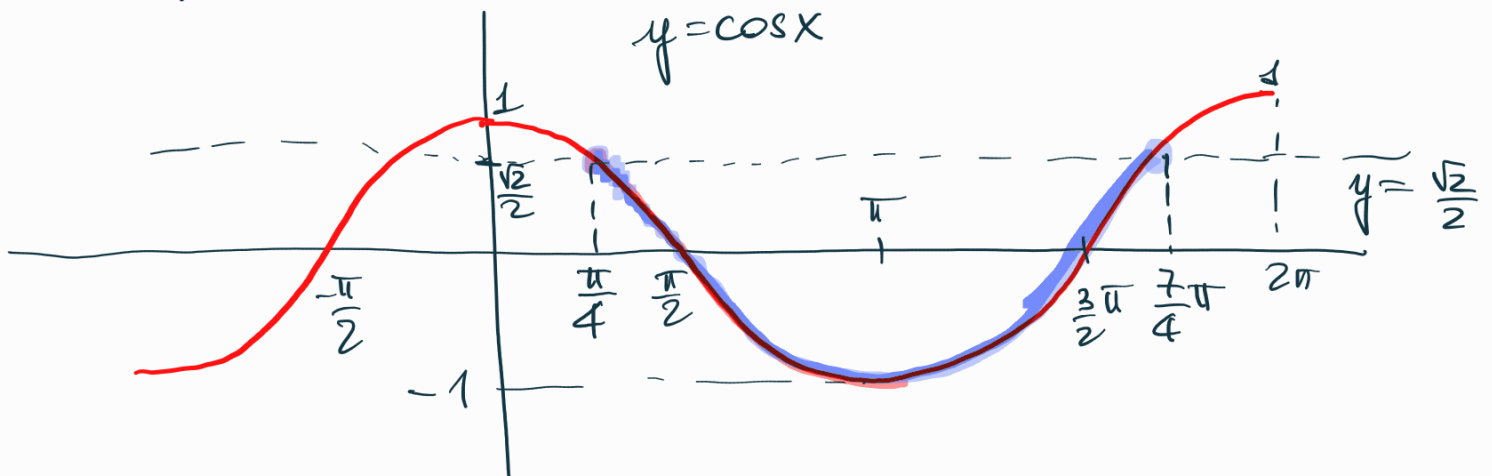
$$\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\uparrow$

$$\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$
$$k \in \mathbb{Z}$$

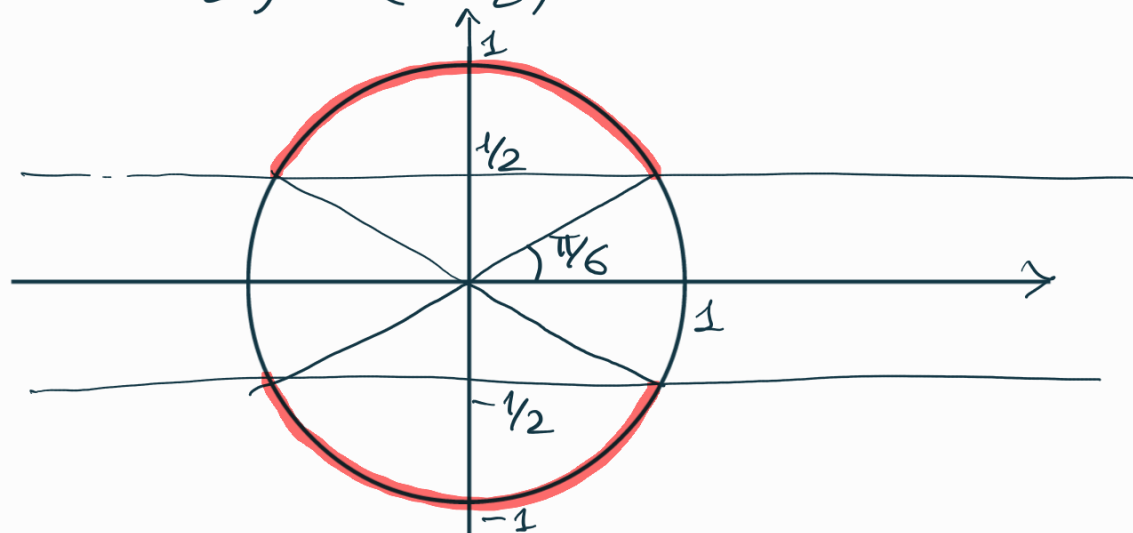


Sul grafico:



$$\sin^2 x > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\sin x < -\frac{1}{2} \right) \vee \left(\sin x > \frac{1}{2} \right)$$

$$t^2 > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(t < -\frac{1}{2} \right) \vee \left(t > \frac{1}{2} \right)$$



Sol^{ne}

$$\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\frac{7\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

oppure, più sinteticamente

$$\frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Nuova funzione trigonometrica: **tangente**.

$$y = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

dominio: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}.$

Periodicità $\operatorname{tg} x$ è periodica di periodo 2π
(perché costruita da $\cos x$ e $\sin x$, che sono periodiche di periodo 2π).

OSS In realtà $\operatorname{tg} x$ è periodica di periodo π .

Infatti
$$\operatorname{tg}(x+\pi) = \frac{\sin(x+\pi)}{\cos(x+\pi)} = \frac{-\sin x}{-\cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x.$$

OSS $\sin(x+\pi) = -\sin x$
 $\cos(x+\pi) = -\cos x$

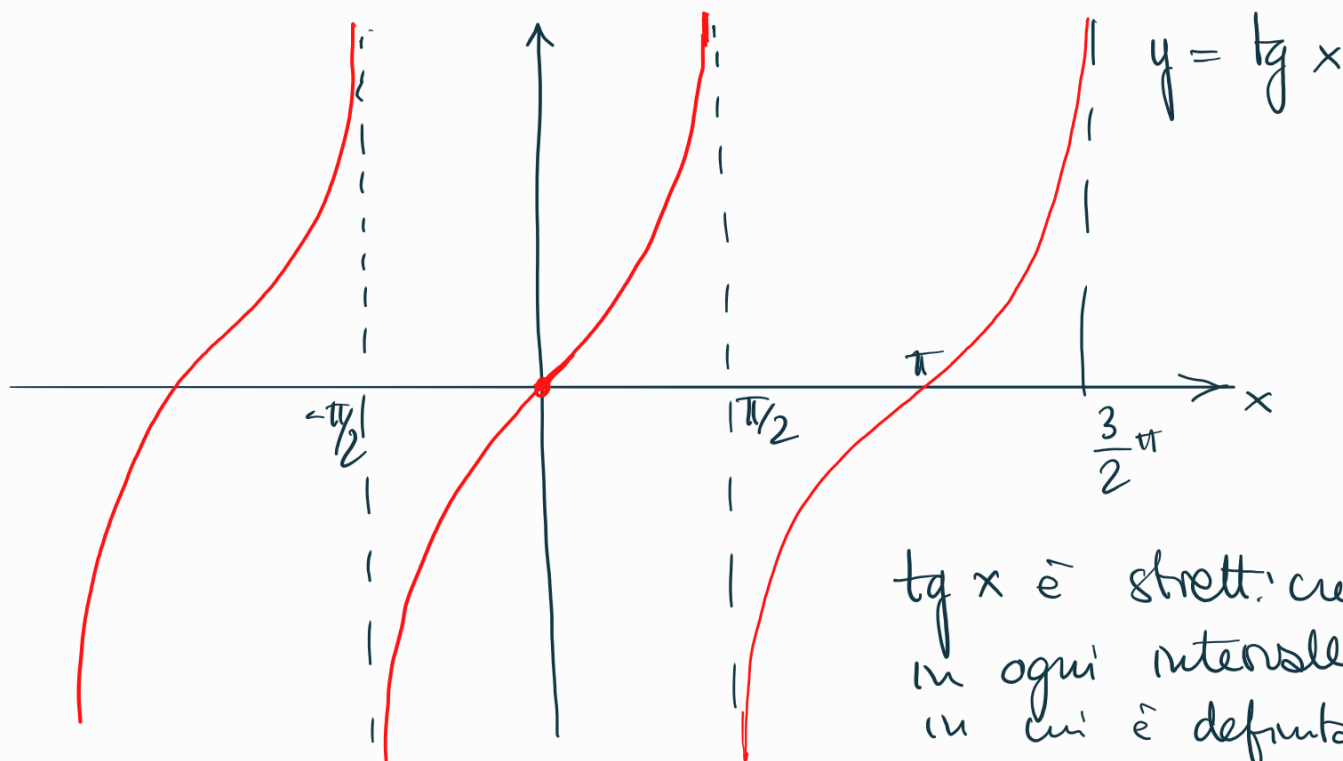
$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \underline{\underline{\text{è dispari.}}}$$

$$\operatorname{tg}(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\operatorname{tg} x$$

$\tan(0) = 0$ Nel 1° quadrante, all'aumentare di x

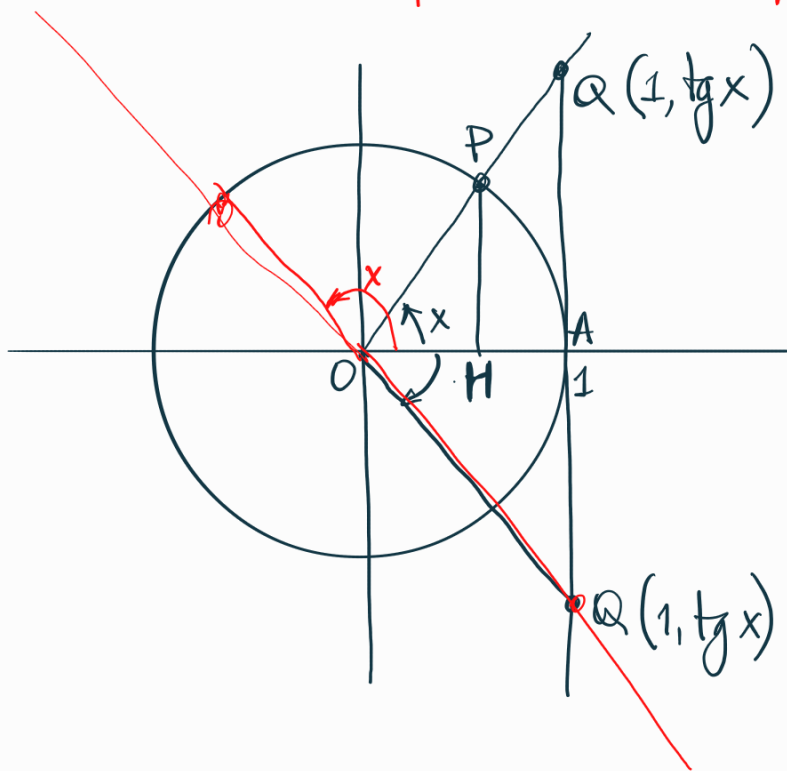
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ è crescente nel 1° quadrante.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\overbrace{\sin x}^{\nearrow 1}}{\underbrace{\cos x}_{\searrow 0^+}} = +\infty.$$



$\tan x$ è strettamente crescente
in ogni intervallo
in cui è definito

Non è crescente nel
suo dominio.



$\triangle OHP$

sono simili

$\triangle OAQ$

$$\frac{\overline{AQ}}{\underbrace{\overline{OA}}_1} = \frac{\overbrace{\overline{PH}}^{\sin x}}{\underbrace{\overline{OH}}_{\cos x}}$$

$$\overline{AQ} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

La $\operatorname{tg} x$ è sempre l'ordinata del punto in cui la retta individuata dall'origine e dal punto $P(\cos x, \sin x)$ interseca la retta vert. di ascissa 1.

Angoli interessanti

$$\operatorname{tg} 0 = 0$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$(\operatorname{tg} x)^2$$

$$\operatorname{tg}^2 x \geq 3 \Leftrightarrow (\operatorname{tg} x \leq -\sqrt{3}) \vee (\operatorname{tg} x \geq \sqrt{3})$$

