

1. Ordinare per ordine crescente di infinito, per $x \rightarrow +\infty$, le seguenti funzioni:

$$f(x) = e^{\frac{x^2+1}{\sqrt{x-2}}}; \quad g(x) = 2^{\frac{4(1-\cos 1/x)}{\log(1+x^{-7/2})}};$$

$$h(x) = x^{2x}; \quad k(x) = \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^{x^2}.$$

$[h, k, f, g]$

2. Ordinare per ordine crescente di infinito, quando $x \rightarrow 0^+$, le seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{\log\left(1 - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right)}{x^2};$$

$$g(x) = \log_2\left(3 + \frac{1}{x^4} + 2^{1/x}\right);$$

$$h(x) = \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x^2}\right)}{\sin^4 x}.$$

(N.B. per l'ultima funzione usare l'identità

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \quad \forall x > 0)$$

$[g, h, f]$

Trovare, se esiste, l'ordine di infinitesimo/infinito delle seguenti funzioni:

3. $\frac{\operatorname{arctg} x^\alpha + 5x^4}{x^3 - 3x}$

per $x \rightarrow +\infty$ ($\alpha > 0$)
[infinito di ordine 1]

4. $\frac{\operatorname{arctg} x^\alpha + 5x^4}{x^3 - 3x}$

per $x \rightarrow 0^+$ ($\alpha > 0$)

[infinito di ordine α per $0 < \alpha < 1$,
tende a $-1/3$ per $\alpha = 1$,
infinitesimo di ordine $\alpha - 1$ per $1 < \alpha < 4$
infinitesimo di ordine 3 per $\alpha \geq 4$]

5. $\frac{\operatorname{arctg} x^\alpha + 5x^4}{x^3 - 3x}$

per $x \rightarrow (\sqrt{3})^+$ ($\alpha > 0$)
[infinito di ordine 1 $\forall \alpha > 0$]

6. $\log(x + \cos x)$

per $x \rightarrow 0^+$ [infinitesimo di ordine 1]

7. $\log(x^2 + \cos x)$

per $x \rightarrow 0^+$ [infinitesimo di ordine 2]

8. $x^2 \log x - x$

per $x \rightarrow 0^+$ [infinitesimo di ordine 1]

9. $\log(\log(e + x^2))$

per $x \rightarrow 0$ [infinitesimo di ordine 2]

10. $\sqrt[3]{1+x^5} - \sqrt{1+x^5}$

per $x \rightarrow 0$ [infinitesimo di ordine 5]

11. $(x^2 - x)^{10} - x^{20}$

per $x \rightarrow +\infty$ [infinito di ordine 19]

12. $(\log x)^2 - (\log 2)^2$ per $x \rightarrow 2$ [infinitesimo di ord. 2]

13. $\cos^2 x - \cos(x^2)$ per $x \rightarrow 0^+$ [infinitesimo di ord. 2]

e inoltre, gli esercizi 4.8.3 e 4.8.4 del libro di testo consigliato