

$$1) f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \underbrace{x}_0 + \log_{\frac{1}{2}} \underbrace{(|x|-1)}_0 \geq 0$$

risolvere la diseg^{ne}.

Peri averemo trovato il dom. di f : $(1, +\infty)$

Imposto che $x > 1$,

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} (x \underbrace{(|x|-1)}_{=x}) = \log_{\frac{1}{2}} (x(x-1)) = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x)$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \underbrace{(x^2 - x)}_t \geq 0$$

$\Leftrightarrow$

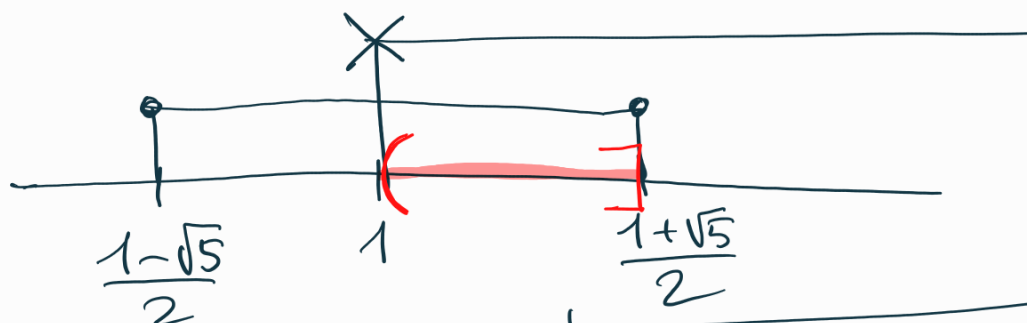
$$0 < x^2 - x \leq 1$$

$\uparrow$
sempre vero
per $x > 1$

$$x^2 - x - 1 \leq 0$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x > 1 \end{cases}$$



sol^{ne} della diseg

$$\boxed{1 < x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

Due lezioni fa abbiamo risolto (senza usare i log)
la diseq

$$1 < \left(\frac{1}{9}\right)^{2x-3} < 27$$

Cambiamo le costanti

$$\frac{1}{2} < \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{2x-3}{t}} < 28$$

$\Leftrightarrow$

$$t_1 < t < t_2$$

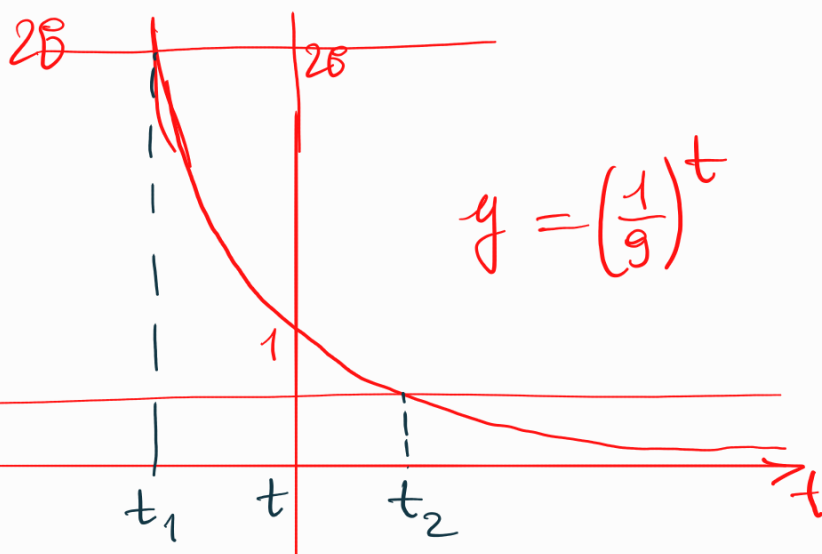
$$\parallel$$

$$\log_{\frac{1}{9}} 28$$

$$\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{2}$$

$$-\log_{\frac{1}{9}} 2$$

$$-\frac{\log_9 2}{\log_3 \frac{1}{9}} = \log_9 2 = \frac{\log_3 2}{\log_3 9} = \frac{1}{2} \log_3 2$$

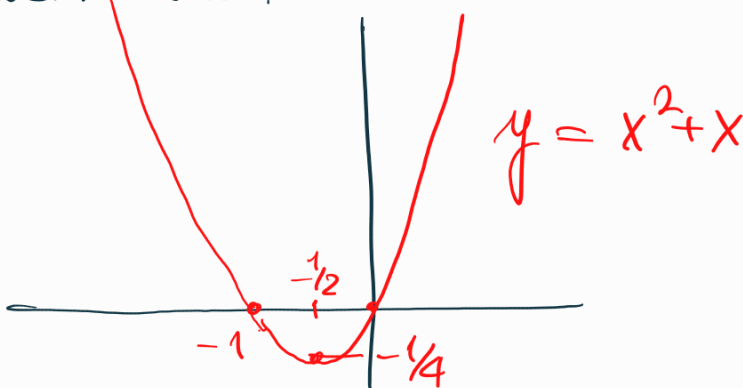


Disegnare il grafico di $f(x) = e^{x^2+x}$
e discuterne l'invertibilità.

$$y = x^2 + x = f(x)$$

minimo per $x = -1/2$

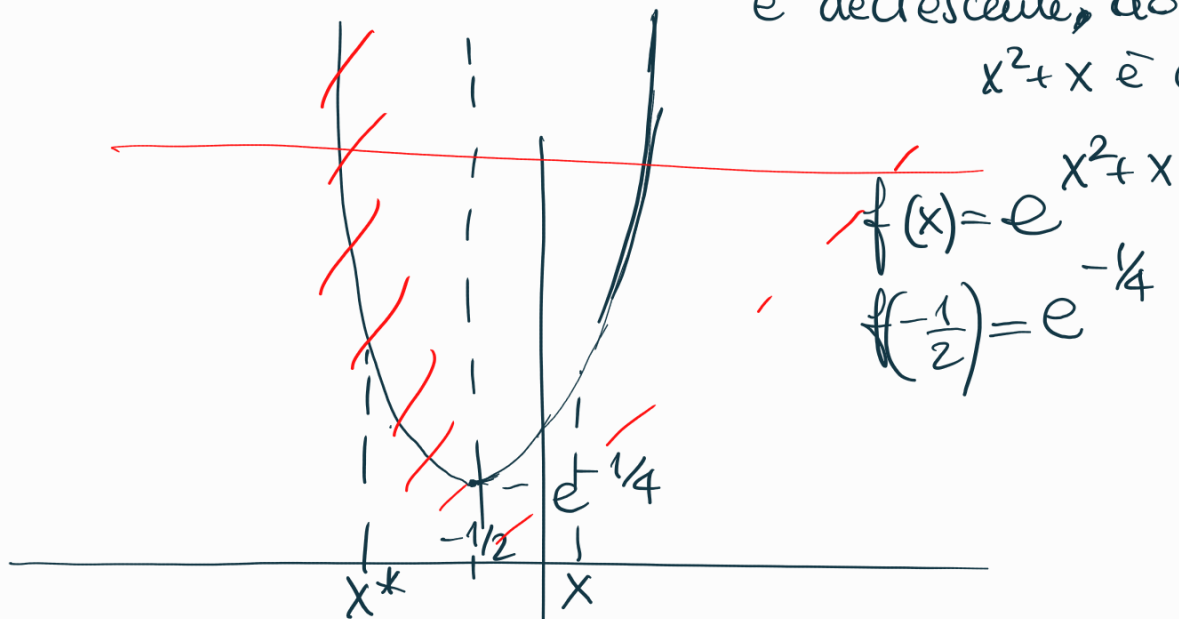
$$f(-1/2) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$



$$y = e^{x^2+x}$$

N.B e^t è crescente $\Rightarrow e^{x^2+x}$ è crescente dove x^2+x è crescente

è decrescente, dove x^2+x è decrescente



Sospetto: f sia "simmetrica" rispetto a $x = -1/2$.

Verifico!

$f(x^*) = f(x)$ dove x^* e x sono come in figura

chi è x^*

$$\frac{x+x^*}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$x^* = -1-x$$

$$f(-1-x) = f(x)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

$$e^{(-1-x)^2-1-x} \stackrel{?}{=} e^{x^2+x}$$

$$(-1-x)^2-1-x \stackrel{?}{=} x^2+x$$

$$1+x^2+2x-1-x \stackrel{?}{=} x^2+x$$

ok!

Discutere l'invertibilità di $e^{x^2+x} = f(x)$

Vedere se è suriettiva $\Rightarrow$ se non lo è, renderla suriettiva
 " " " iniettiva $\Rightarrow$ " " " " iniettiva.

Una volta che è briettato, tolgono l'inversa.

Se non è suriettiva, la rende suriettiva restringendo l'insieme di arrivo a $[e^{-1/4}, +\infty)$.

$$f(x) = e^{x^2+x} : \mathbb{R} \rightarrow [e^{-1/4}, +\infty)$$

↳ continua su $\mathbb{R}$ intervallo

$\Rightarrow$ assume tutti i valori tra $\inf_{n \in \mathbb{N}} e^{-1/4}$ e $\sup_{n \in \mathbb{N}} +\infty$

f non è iniettivo.

La pseudo metrica, restringendo il dominio (per esempio)
a $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

$$f(x) = e^{x^2+x} : \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right) \rightarrow [e^{-1/4}, +\infty).$$

e' bieltiv?

sursetta come prima
mieltis perché strett. crescente.

$$f^{-1}(y): [e^{-1/4}, +\infty) \rightarrow [-\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$\psi_y$$

$\mapsto l'_{unico} \stackrel{\Psi}{\times} t.c.$

$$f(x) = y.$$

$$f^{-1}(y) = ?$$

$$\boxed{e^{x^2+x} = y} \geq e^{-1/4}$$

$$x^2 + x = \log y$$

$$x^2 + x - \log y = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4\log y}}{2}$$

Oss la radice è
ben definita perché
 $y \geq e^{-1/4}$
 $\Downarrow$
 $1+4\log y \geq 0$

Scelgo il + o il - ?

Scelgo il + perché avevo scelto come intervallo della x
 $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

$$f^{-1}(y) = \frac{-1 + \sqrt{1+4\log y}}{2}$$

Grafico di $f^{-1}(x) = \frac{-1 + \sqrt{1+4\log x}}{2}$

