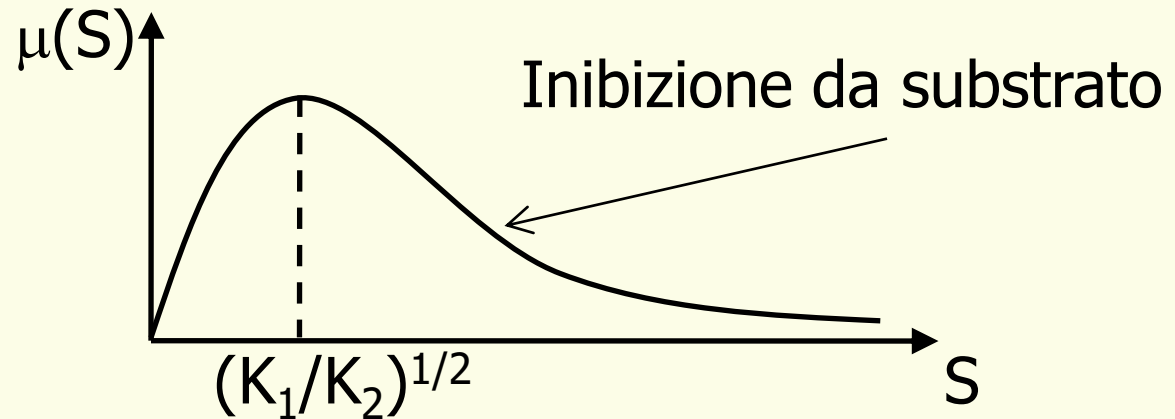


Punti stazionari bioreattore continuo: cinetica microbica con inibizione da substrato

- Determiniamo i punti stazionari del bioreattore quando si consideri la seguente espressione per $\mu(S)$:

$$\mu(S) = \frac{\mu_m S}{K_1 + S + K_2 S^2}$$



- L'andamento di $\mu(S)$ è non monotono.
- **Esercizio:** Dimostrare che il massimo della μ si ottiene, come riportato in figura quando $S = (K_1/K_2)^{1/2}$ (suggerimento: calcolare la derivata prima della μ e porla uguale a 0).
- Le soluzioni a conversione non nulla soddisfano il sistema:

$$\begin{cases} X = Y(S_F - S) \\ \mu(S) = D \end{cases}$$

Punti stazionari bioreattore continuo: cinetica microbica con inibizione da substrato

- Sostituendo la nuova espressione di $\mu(S)$ si trova quindi:

$$\begin{cases} X = Y(S_F - S) \\ \frac{\mu_m S}{K_1 + S + K_2 S^2} = D \Leftrightarrow K_2 S^2 + \left(1 - \frac{\mu_m}{D}\right) S + K_1 = 0 \end{cases}$$

- Sono pertanto possibili oltre alla soluzione di wash-out due soluzioni a conversione non nulla. Risolvendo l'equazione in S si trova infatti:

$$S = - \frac{(1 - \mu_m/D) \pm \sqrt{(1 - \mu_m/D)^2 - 4K_1K_2}}{2K_2}$$

- Perché tali soluzioni siano fisicamente ammissibili deve risultare:

$$\begin{cases} (1 - \mu_m/D) < 0 \\ (1 - \mu_m/D)^2 > 4K_1K_2 \end{cases}$$

Punti stazionari bioreattore continuo: cinetica microbica con inibizione da substrato

- Risolvendo si trova:

$$\begin{cases} \mu_m > D \\ (1 - \mu_m/D)^2 > 4K_1K_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mu_m > D \\ (1 - \mu_m/D) < -2\sqrt{K_1K_2} \end{cases} \Leftrightarrow D < \frac{\mu_m}{1 + 2\sqrt{K_1K_2}}$$

- Le precedenti sono condizioni necessarie per garantire che le due soluzioni determinate siano fisicamente ammissibili.
- Se le condizioni determinate sono valide è pertanto possibile che siano presenti, per un dato valore di D , ben 3 soluzioni stazionarie: il wash-out e 2 soluzioni non banali nelle quali viene effettivamente prodotta biomassa.
- Si noti come al diminuire di K_2 la seconda condizioni trovata si riduce alla prima, ovvero $D < \mu_m$. Questo accade perché al diminuire di K_2 il massimo della m al variare di S si sposta a valori progressivamente maggiori di S (vedi analisi della m mostrata inizialmente).
- Esercizio: determinare il valore massimo assunto dalla funzione $m(S)$, e determinare come tale valore cambia al variare di K_2 .**

Punti stazionari bioreattore continuo: effetto del consumo di substrato attraverso mantenimento

Esercizio:

Si consideri un bioreattore continuo al quale è alimentata una portata volumetrica F con concentrazione s_F del substrato limitante. Si ipotizzi che volume del reattore e densità siano costanti, che l'alimentazione sia sterile, e che le velocità di crescita di biomassa e di consumo di substrato (r_X ed r_S , rispettivamente) siano descritte dalle due seguenti espressioni

$$r_X = \mu(S)X; \quad r_S = -\frac{\mu(S)X}{Y_{X,S}} - mX; \quad \text{dove} \quad \mu(S) = \frac{\mu_{\max} S}{K + S}$$

Dove X ed S sono le concentrazioni di biomassa e substrato nel reattore, rispettivamente, $Y_{X/S}$ è il fattore di resa ed m è una costante cinetica di mantenimento. In tali ipotesi, si proceda come segue:

- Si determinino i punti stazionari del bioreattore.
- Si traccino gli andamenti de X ed S in condizioni stazionarie al variare del fattore di diluizione $D=F/V$.
- Si tracci l'andamento della produttività di biomassa per unità di volume al variare di D