

Lezione Fermi 21

Luciano Maiani, AA 14-15

Storia termica dell'Universo iniziale

Sommario

1. Stati di equilibrio
2. Temperatura e energia del proto-Universo
3. Dai primi 3 minuti alla ricombinazione (radiation dominated)
4. Una vista generale

1. Stati di equilibrio

- Un gas di particelle confinato in un recipiente raggiunge, dopo un certo tempo, uno stato stazionario che si indica con “equilibrio”
- e' un termine che puo' indicare molte cose, certamente non che sono cessati gli urti e le reazioni tra le particelle che lo compongono
- **equilibrio termico** vuol dire che le temperature della diverse parti si sono eguagliate, a seguito di scambi di calore tra le parti inizialmente piu' calde e quelle piu' fredde
- **equilibrio chimico**, in presenza di reazioni che si svolgono spontaneamente, indica che le concentrazioni dei reagenti non cambiano nel tempo: le sostanze che si distruggono con le reazioni i verso, si ricreano con le reazioni nell'altro verso
- Cosa dire dello stato del substrato, ui abbiamo attribuito una temperatura ed una composizione specifica in termini di particelle?
- Il problema e' che l'Universo evolve con un tempo caratteristico dato dalla costante di Hubble del momento: $H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$
- processi che hanno una velocita' tipica inferiore ad H sono in equilibrio, mentre quelli piu' lenti di H vanno fuori equilibrio

equilibrio termico

- L'ipotesi di equilibrio termico, dovuto agli scambi di energia attraverso le collisioni e' ben giustificata e viene comunemente accettata. Ad ogni istante, l'Universo ha una temperatura T .
- in effetti non e' facile pensare a meccanismi che mettano il plasma fuori equilibrio, anche se in certi casi ci si vorrebbe riuscire
- Al diminuire di T , i processi di produzione di coppie di particelle con massa vanno sicuramente fuori equilibrio: le coppie presenti si annichilano (es. $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma$) ma non c'e' piu' energia per ricrearle con la reazione inversa, perche' non ci sono piu' gamma di energia sufficiente. In queste condizioni, l'abbondanza delle particelle pesanti decresce rapidamente con la temperatura, con il fattore di Boltzmann $e^{-m/kT}$ ($T < 2m$). Con questo criterio, possiamo individuare la temperatura a cui "spariscono" le varie particelle
- L'annichilazione particella-antiparticella procede senza restrizioni.
- Se c'e' un numero conservato, es. numero barionico, puo' restare un eccesso solo nella misura in cui fin dall'inizio esisteva uno sbilanciamento $N_{fin} = N_B - N_{Bbar}$
- questo e' una possibile spiegazione del motivo per cui ci sono le galassie, i pianeti, ... noi stessi, anche in un Universo decisamente freddo...ci torneremo

temperature sotto le quali le particelle piu' leggere spariscono

	$2m$ (MeV)	T ($^{\circ}K$)
$B\bar{B}$	$2 \cdot 10^3$	$2.1 \cdot 10^{13}$
$\mu^+ \mu^-$	220	$2 \cdot 10^{12}$
$e^+ e^-$	1.0	$1.1 \cdot 10^{10}$

Disaccoppiamento

- Le velocità di reazione, in genere, diminuiscono rapidamente al decrescere di T . Questo porta al disaccoppiamento di particelle come i neutrini che hanno masse piccole o piccolissime e sarebbero permesse dalla temperatura
- le reazioni che li producono o li distruggono vanno fuori equilibrio quando
 - velocità di reazione $(T) = n. \text{ di reazioni/sec} < H$
- la temperatura cui questo avviene si chiama “temperatura di disaccoppiamento”
- i neutrini, si disaccoppiano a temperature tra 10^{11} e 10^{10} K lasciando fotoni, elettroni e positroni e qualche piccola contaminazione di protoni e neutroni
- a queste energie, i neutrini sono ancora ultrarelativistici (una *materia oscura calda*)
- una volta disaccoppiati, continuano a partecipare all’espansione dell’Universo, e la loro temperatura diminuisce, seguendo approssimativamente la temperatura del resto dell’Universo
- approssimativamente significa che non ricevono l’energia liberata dalla sparizione delle coppie elettrone-positrone, successiva al loro disaccoppiamento, per cui:

$$T_\nu \sim \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma$$

2. Temperatura e energia del proto-Universo

- l'Universo primordiale era popolato in prevalenza da particelle di massa zero, fotoni, o comunque da particelle ultra-relativistiche, es. elettroni, positroni, muoni, antimuoni, neutrini delle tre specie, antineutrini
- per un gas di queste particelle, la densità di energia è proporzionale alla 4^{ta} potenza della temperatura assoluta, T, con un fattore di proporzionalità che è pari al numero di stati di spin per un coefficiente 1/2 o 7/16 a seconda che siano bosoni o fermioni, per una costante universale che prende il nome di costante di Stefan -Boltzman, e che indichiamo con $a = 1.18 \cdot 10^{-3} \text{ eV/cm}^3/\text{K}^4$

$$\rho_{\text{fotoni}} : aT^4$$

$$\rho_{e^-} = \rho_{e^+} = \frac{7}{8} aT^4$$

$$\rho_{\nu_e} = \rho_{\bar{\nu}_e} = \frac{7}{16} aT^4, \quad \cdot$$

$$\text{es. : } \gamma + e^- + e^+ + (\nu_e + \bar{\nu}_e) + (\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu) + (\nu_\tau + \bar{\nu}_\tau) : \rho = \frac{43}{8} aT^4$$

- poiché ρ scala allo stesso tempo come T^4 e come a^{-4} , ne segue che T scala come a^{-1} ovvero, per la situazione dominata dalla radiazione, **T scala come $t^{-1/2}$** :

Hot Big Bang !

- Questa relazione permette di tradurre la scala dei tempi nella scala delle temperature e viceversa.

per essere precisi...

- In un Universo dominato dalla radiazione, $\rho \propto a^{-4}$, e possiamo eliminare a in favore di ρ nell'equazione di Friedman e ottenere un'equazione per l'evoluzione di ρ

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} \rightarrow \frac{\dot{a}}{a} = \left(\frac{8\pi G\rho}{3}\right)^{1/2}$$

$$-4\frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{\rho}}{\rho} = -4\left(\frac{8\pi G\rho}{3}\right)^{1/2}$$

- ρ dipende da T secondo la legge di Stefan-Boltzman vista prima, quindi nel complesso otteniamo un'equazione che da T in funzione di t , ovvero t in funzione di T (il tempo a cui si è scesi alla temperatura T)

- la soluzione e':

$$t = \left(\frac{3}{32\pi G\rho}\right)^{1/2} + \text{cost}$$

- ovvero:

$$t = \left(\frac{3}{32\pi G f a T^4}\right)^{1/2} + \text{cost} =$$

$$= 2.66 \text{ sec } f^{-1/2} \left(\frac{10^{10} \text{ } ^\circ\text{K}}{T}\right)^2 + \text{cost}$$

- nel periodo in cui ci sono, oltre ai fotoni, elettroni, positroni e 3 sapori di neutrini, ci vogliono:

$$t_{10} - t_{12} = \frac{2.66}{\sqrt{43/8}} (1 - 10^{-4}) \text{ sec} = 1.15 \text{ sec}$$

per scendere da 10^{12} a $10^{10} \text{ } ^\circ\text{K}$ (un fattore 100 in temperatura e un fattore 10^8 in densita' di energia).

3. Dai primi 3 minuti alla ricombinazione (radiation dominated)

- $T < 10^{13} \text{ }^0\text{K}$: spariscono le coppie barione antibarione, ma resta una piccola quantita' di protoni e neutroni (in circa eguale proporzione) che tiene conto del numero barionico iniziale dell'Universo
- $T < 10^{12} \text{ }^0\text{K}$: spariscono i muoni ($kT < 100 \text{ MeV}$), $f=43/8 \approx 5.4$
- $T < 10^{11} - 10^{10} \text{ }^0\text{K}$: si disaccoppiano i neutrini ($kT = 10^{-1} \text{ MeV}$), $f=43/8 \approx 5.4$
- $T < 10^9 \text{ }^0\text{K}$: spariscono coppie elettroni positroni ($kT < 0.1 \text{ MeV}$), $f=11/4+(4/11)^{4/3} \cdot 21/8 \approx 3.4$
- resta solo la piccola quantita' di elettroni necessaria a neutralizzare la carica elettrica dei protoni. A queste temperature, protoni e neutroni si possono combinare in nuclei leggeri, D, He³, He⁴: e' la ***nucleosintesi primordiale*** (ne parleremo in dettaglio la prossima lezione)
- tempi:
 - $t_{10}-t_{12} = \frac{2.66}{\sqrt{43/8}} (1 - 10^{-4}) \text{ sec} = 1.15 \text{ sec}$
 - $t_9-t_{10} = \frac{2.66}{\sqrt{11/4 + (4/11)^{4/3} \cdot 21/8}} (100 - 1) \text{ sec} = 150 \text{ sec} \approx 3 \text{ min}$
- Dopo i primi 3 minuti, la temperatura continua scendere regolarmente, fino ad arrivare a circa $4000 \text{ }^0\text{K}$, quando gli elettroni e i nuclei rimasti (protoni, He⁴,...) si ***combinano a formare atomi neutri***
 - $t_{\text{rec}}-t_9 = \frac{2.66}{\sqrt{3.43}} \left(\frac{10^{10}}{4000}\right)^2 \text{ sec} \sim 3 \cdot 10^5 \text{ years}$

Dalla ricombinazione ad oggi (matter dominated)

- Una grandezza importante e' il rapporto tra numero dei barioni e numero dei fotoni presenti nell'Universo, η_B .
- Nelle circostanze attuali, in cui queste particelle non interagiscono, questa quantita' resta costante durante l'espansione, entrambi i numeri scalano con $a(t)^{-3}$.
- Ma questo e' vero anche nella storia precedente, in quanto il n. di fotoni e' legato all'entropia, che resta costante per una espansione (quasi) reversibile.
- al momento attuale, la situazione e' questa (assumo $T_0=3^0\text{K}$)

$$(n_\gamma)_0 \sim 370 \text{ cm}^{-3}; (n_B)_0 \sim 0.25 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-3}$$

$$(\eta_B)_0 = \eta_B \sim 1.5 \cdot 10^{-9}$$

- alla ricombinazione. la densita' di energia dei fotoni e dei barioni risultano circa uguali

$$(\rho_\gamma)_{rec} = aT_{rec}^4 \sim 3.0 \cdot 10^{11} \text{ eV/cm}^3; (n_\gamma)_{rec} \sim \frac{aT_{rec}^4}{kT_{rec}} \sim 8.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3};$$

$$(n_B)_{rec} = (n_\gamma)_{rec}/\eta_B \sim 600 \text{ cm}^{-3}; (\rho_B)_{rec} \sim 6 \cdot 10^{11} \text{ eV/cm}^3$$

- possiamo aggiungere il contributo della materia oscura, circa un fattore 6-10 in massa
- poiche' $\rho_\gamma/\rho_B \propto a(t)^{-1}$, concludiamo che, almeno a partire dalla ricombinazione, l'Universo e' dominato da materia non-relativistica
- e la relazione tra densita' di energia fattore di scala diventa: $\rho(t) \propto a(t)^{-3}$ ($t > t_{rec}$), dove $\rho(t)$ include materia barionica e materia oscura.

Eta' dalla ricombinazione (matter dominated Universe)

- Dall'equazione di Friedman, abbinata alla condizione $\rho(t) \propto a(t)^{-3}$, si trova:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} \rightarrow \frac{\dot{a}}{a} = \left(\frac{8\pi G\rho}{3}\right)^{1/2}$$
$$-3\frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3\left(\frac{8\pi G\rho}{3}\right)^{1/2}$$

- con la soluzione:

$$t = \left(\frac{1}{6\pi G\rho}\right)^{1/2} + \text{cost}$$

- ovvero:

$$t_0 - t_{rec} = \left(\frac{1}{6\pi G}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{\sqrt{\rho_0}} - \frac{1}{\sqrt{\rho_{rec}}}\right)$$

- I termini che si riferiscono al tempo della ricombinazione sono evidentemente trascurabili. Se prendiamo: $\rho_0 = 10 \cdot (0.25 \cdot 10^{-6} \text{ GeV/cm}^3)$, includendo la materia oscura, troviamo:

$$t_0 \sim \left(\frac{1}{6\pi G\rho_0}\right)^{1/2} = 1.7 \cdot 10^{10} \text{ years}$$

- in accordo con la stima dalla costante di Hubble

4. Una vista generale

- L'equazione di Friedmann, in tutta generalità, si può ordinare secondo termini che hanno diverse dipendenze dal fattore di scala

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{\rho_{rad} a^4}{a^4} + \frac{\rho_{mat} a^3}{a^3} \right) - \frac{K}{a^2} + \frac{1}{3} \Lambda$$

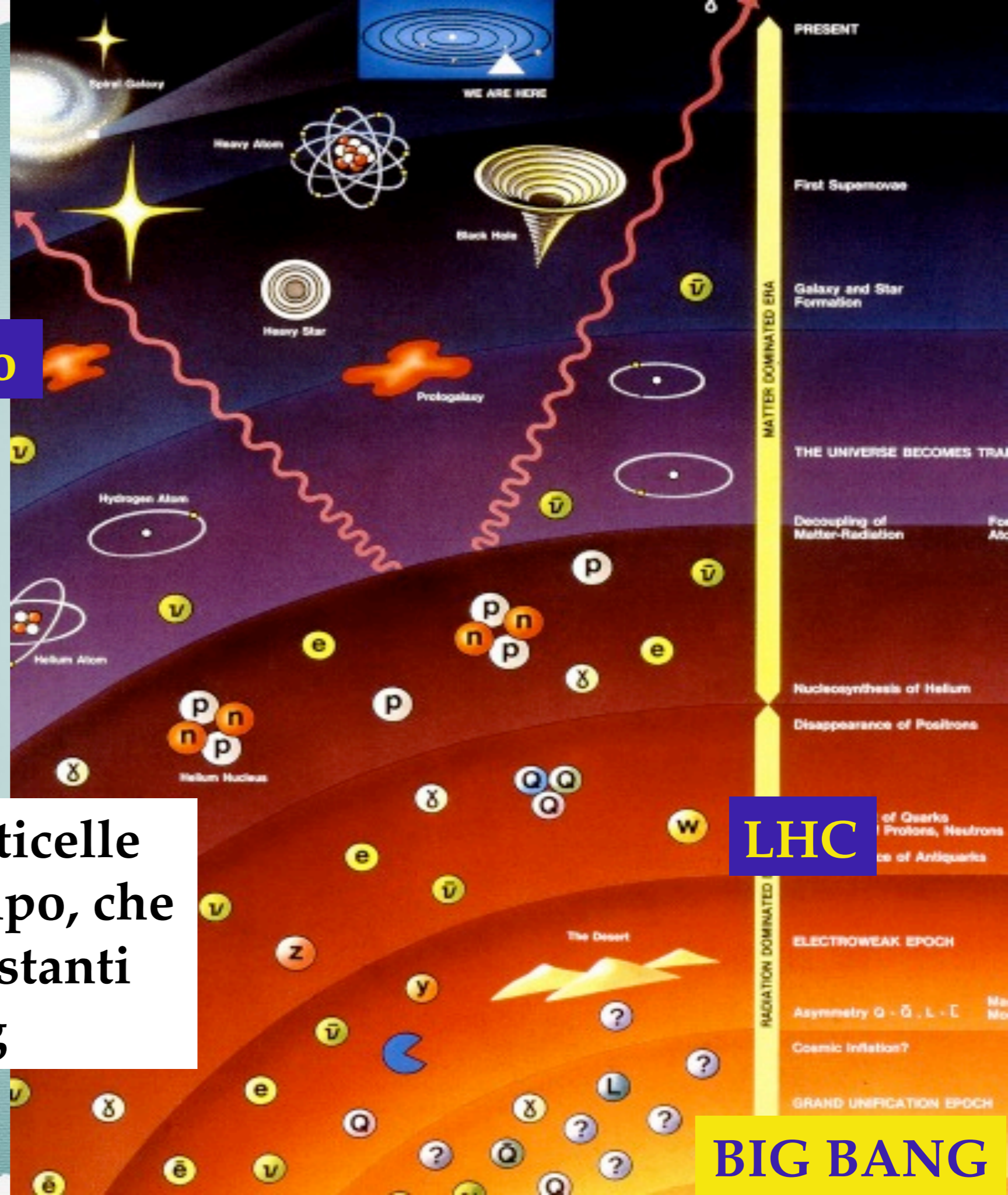
- i numeratori dei termini al secondo membro sono tutti regolari
- abbiamo esplorato i casi in cui domina uno dei due termini più singolari, radiazione o materia, ma se abbiamo sufficiente precisione potremo individuare gli effetti della curvatura e della costante cosmologica
- e determinare se l'Universo è chiuso o aperto, se la espansione continuerà per sempre o ci sarà un Big Crunch nel futuro
- questo è uno degli obiettivi delle investigazioni attuali, che esplorano la regione di distanze sempre più prossime alla ricombinazione, o studiano le anisotropie della radiazione cosmica di fondo
- ne parleremo nelle ultime lezioni

Alte energie

- Abbiamo esplorato la regione di temperature da $T=10^{12}$ K in giù
- la fisica delle particelle che conosciamo ci permette di dare una descrizione dettagliata che non ha niente da invidiare a ciò che sappiamo fare per le stelle
- abbiamo lasciato fuori due argomenti, che tratteremo la prossima settimana: la sintesi dei nuclei leggeri e il fondo di neutrini
- i parametri dominanti saranno η_B , il rapporto tra numero di fotoni e numero di barioni presenti nell'Universo, e il numero di sapori dei neutrini leggeri: la determinazione cosmologica di questi due numeri rappresenta un punto di contatto importante tra micro e macro fisica
- Andando verso temperature più alte, si incontrano le interazioni forti, le risonanze etc., in una fascia di T che va da 10^{13} K (1 GeV) a 10^{15} K (100 GeV)
- le scoperte dei quark, della QCD, della libertà asintotica, nella fisica delle particelle, ha permesso di controllare anche questa fascia e, ancor meglio, quella delle energie ancora superiori, dove si sviluppano le teorie elettrodeboli unificate, intorno a 10^{16} K (1 TeV)
- possiamo fare delle “mappe” come quelle antiche della Terra, per indicare le zone conosciute e quelle da esplorare

Storia dell' Universo

Tempo



LHC

BIG BANG

Gli acceleratori di particelle sono Macchine del Tempo, che ci riportano ai primi istanti dopo il Big Bang

i fossili del Big Bang e da quali energie potrebbero provenire

- Radiazione cosmica di fondo (viene da 4000 $^{\circ}\text{K}$)
- la composizione primordiale dei nuclei (10^9 $^{\circ}\text{K}$)
- neutrini del fondo cosmico (10^{10} $^{\circ}\text{K}$)
- neutrini sterili (??)
- Materia oscura (10^{16} - 10^{18} $^{\circ}\text{K}$?)
- Numero di barioni, ovvero η_{B} (10^{27} $^{\circ}\text{K}$?)
- effetti delle onde gravitazionali (10^{27} $^{\circ}\text{K}$?)
- inflazione (?????)

sappiamo abbastanza sui primi due tipi,
qualcosa del terzo e del quarto,
il resto e' tutto da scoprire