Cognome Nome N. matr.

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

10–11 luglio; 16–17 luglio; 30–31 luglio; in un appello successivo.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = e^{x+2} - xe^x,$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Risolvere nei numeri complessi l'equazione

$$(1 - i\sqrt{3})z^4 = -32$$

e disegnare le soluzioni nel piano dei complessi.

3. Dire per quali $\alpha > 0$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(\sqrt{x+4} - \sqrt{x})\alpha^x}{x} dx,$$

e calcolarlo per $\alpha = 1$.

4. Trovare per quali valori dei parametri $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + cx + d & \text{se } x < 0 \\ 3 - 2 \operatorname{arctg} x + x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

a) è derivabile in $\mathbb{R}$;

b) è derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

5. a) Per $x \rightarrow 0^+$, trovare l'ordine di infinitesimo di

$$f(x) = x\sqrt{1+x^2} - \sin x;$$

b) al variare del parametro reale α , studiare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}} - \sin \frac{1}{k} \right)^{\alpha}.$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 8 punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome Nome N. matr.

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

10–11 luglio; 16–17 luglio; 30–31 luglio; in un appello successivo.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = e^{x+2} + xe^x,$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Risolvere nei numeri complessi l'equazione

$$(1 + i\sqrt{3})z^4 = -8$$

e disegnare le soluzioni nel piano dei complessi.

3. Dire per quali $\alpha > 0$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{x}}{x\alpha^x} dx,$$

e calcolarlo per $\alpha = 1$.

4. Trovare per quali valori dei parametri $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + cx + d & \text{se } x \geq 0 \\ 2 + \arctg x - 4x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

- a) è derivabile in $\mathbb{R}$;
b) è derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

5. a) Per $x \rightarrow 0^+$, trovare l'ordine di infinitesimo di

$$f(x) = \sin x - x\sqrt{1+x^2};$$

b) al variare del parametro reale α , studiare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^\alpha \left(\sin \frac{1}{k} - \frac{1}{k} \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}} \right).$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 8 punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti. Valgono anche punteggi parziali.