

ESECUZIONE 9

1) (IPOTESI SEMPLICE)

$$X_1, \dots, X_n \quad X_i: 0 \sim \text{Ber}(\theta) \quad f_X(x, \theta) = \theta^x (1-\theta)^{1-x} \quad x=0,1 \quad \theta \in (0,1)$$

$$\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0, \quad \theta_0 = 0.5 \\ H_1: \theta = \theta_1, \quad \theta_1 = 0.35 \end{cases} \quad (\text{quindi } \theta_0 > \theta_1)$$

a) Costruire il test $\pi_{P_{\theta_0}}$

Per il lemma di NP sappiamo che il test NP è il test del rapporto delle verosimiglianze

$$R = \{x_n \in X^n: \lambda_0(x_n) \leq k\}$$

$$\begin{aligned} \lambda_0(x_n) &= \frac{L(\theta_0, x_n)}{L(\theta_1, x_n)} = ? \quad L(\theta, x_n) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i, \theta) = \prod_{i=1}^n (\theta^{x_i} (1-\theta)^{1-x_i}) \\ &= \theta^{\sum x_i} (1-\theta)^{n-\sum x_i} \\ &= \frac{\theta_0^{\sum x_i} (1-\theta_0)^{n-\sum x_i}}{\theta_1^{\sum x_i} (1-\theta_1)^{n-\sum x_i}} = \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^{\sum x_i} \left(\frac{1-\theta_0}{1-\theta_1}\right)^{n-\sum x_i} = \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^{T(x_n)} \left(\frac{1-\theta_0}{1-\theta_1}\right)^{n-T(x_n)} \end{aligned}$$

con $T(x_n) = \sum x_i$ è stato
suffice per il modello
Bernoulliano.

$$\Rightarrow \lambda_0(x_n) = f(T(x_n))$$

vediamo se f è non decrescente di T oppure è non crescente di T

$$\begin{aligned} \lambda_0(x_n) = f(T) &= \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^T \left(\frac{1-\theta_0}{1-\theta_1}\right)^{n-T} \Rightarrow \text{crescente in } T \\ &\quad \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^T \text{ è crescente in } T \quad \left(\frac{1-\theta_0}{1-\theta_1}\right)^{n-T} \text{ è decrescente} \\ &\quad \Rightarrow \frac{\theta_0}{\theta_1} > 1 \quad \Rightarrow \frac{1-\theta_0}{1-\theta_1} < 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{poiché } \lambda_0(x_n) = f(T) \text{ è non decrescente in } T &\Rightarrow R = \{x_n \in X^n: \lambda_0(x_n) \leq k\} \\ &= \{x_n \in X^n: T(x_n) \leq k\} \\ &= \{x_n \in X^n: \sum x_i \leq k\} \end{aligned}$$

Determino ora la soglia k in modo che
 $k = k_\alpha$ (poiché dipenderà da α) lo prob. di errore del 1° tipo sia α quindi
 $P_{\theta_0}[R] = P[\text{rifiuto } H_0 \text{ quando questa è vera}] = P_{\theta_0}[\sum x_i \leq k] = \alpha = \mathbb{P}(k) = \alpha$
 $\Rightarrow k = q_\alpha$
 $B_n(m, \theta_0)$

utilizzando invece la distribuzione asintotica:

$$\begin{aligned}\sum X_i &\sim N(\mathbb{E}[\sum X_i], V(\sum X_i)) \\ &= N(m\theta, mV(X)) \\ &= N(m\theta, m\theta(1-\theta))\end{aligned}$$

quindi $\sum X_i \stackrel{H_0}{\sim} N(m\theta_0, m\theta_0(1-\theta_0))$

$$\frac{\sum X_i - m\theta_0}{\sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0,1)$$

$$P_{\theta_0}[R] = P_{\theta_0}[\sum X_i \leq k] = \alpha$$

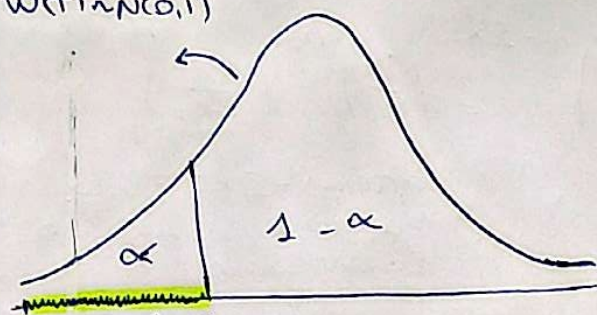
$$= P_{\theta_0} \left[\underbrace{\frac{\sum X_i - m\theta_0}{\sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)}}}_{\sim N(0,1)} \leq \frac{k - m\theta_0}{\sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)}} \right] \approx \Phi \left(\frac{k - m\theta_0}{\sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)}} \right) = \alpha$$

$$\frac{k - m\theta_0}{\sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)}} = z_\alpha \Rightarrow k_\alpha = z_\alpha \sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)} + m\theta_0$$

→ valore di soglia del test che lo prob. errore del 1° tipo è α .

Quindi $R = \{x \in X^n : \sum x_i \leq k_\alpha \Leftrightarrow \sum x_i \leq z_\alpha \sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)} + m\theta_0$

$W(T) \sim N(0,1)$



$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{\sum x_i - m\theta_0}{\sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)}}}_{\sim N(0,1)} \leq z_\alpha \}$$

$\stackrel{H_0}{W(T(X_n))} \sim N(0,1)$
= statistica test

R z_α → valori osservati della statistica test $W(T(X_n))$ che ci portano a rifiutare H_0 .

• Calcoliamo ora la funzione di potenza del test $\eta(\theta) = \begin{cases} \alpha & \theta = \theta_0 \\ 1 - \beta & \theta = \theta_1 \end{cases} \Rightarrow \text{calcolo } \beta \text{ (o } \beta \text{ ottenuto fissato)}$

$$\beta = P_{\theta_1}[\text{Accetto } H_0] = P_{\theta_1}[A] = 1 - P_{\theta_1}[R]$$

$$= 1 - P_{\theta_1}[\sum X_i \leq z_\alpha \sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)} + m\theta_0 = k_\alpha]$$

$$= 1 - P_{\theta_1} \left[\underbrace{\frac{\sum X_i - m\theta_1}{\sqrt{m\theta_1(1-\theta_1)}}}_{\sim N(0,1)} \leq \frac{k_\alpha - m\theta_1}{\sqrt{m\theta_1(1-\theta_1)}} \right] \approx 1 - \Phi \left(\frac{k_\alpha - m\theta_1}{\sqrt{m\theta_1(1-\theta_1)}} \right)$$

quindi $\Phi \left(\frac{k_\alpha - m\theta_1}{\sqrt{m\theta_1(1-\theta_1)}} \right) = 1 - \beta$ con $k_\alpha = z_\alpha \sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)} + m\theta_0$

• Calcolo numerico: Calcola α per $m=144$ $k_\alpha=60$

$$k_\alpha = z_\alpha \sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)} + m\theta_0 \Rightarrow z_\alpha = \frac{k_\alpha - m\theta_0}{\sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)}} \Rightarrow \alpha = \Phi\left(\frac{k_\alpha - m\theta_0}{\sqrt{m\theta_0(1-\theta_0)}}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{60 - 144 \times 0.5}{\sqrt{144 \times 0.5(1-0.5)}}\right)$$

$$= \Phi(-2) = 0.02 = \alpha$$

Calcolare β : $\beta = 1 - \Phi\left(\frac{k_\alpha - m\theta_1}{\sqrt{m\theta_1(1-\theta_1)}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{60 - 144 \times 0.35}{\sqrt{144 \times 0.35(1-0.35)}}\right) = 1 - 0.353 = 0.047$

2) $X_1, \dots, X_n$ iid $X_i \sim \text{Ga}^R(2, \frac{1}{\theta}) = \text{Ga}^S(2, \theta)$ $f_X(x, \theta) = \frac{x}{\theta^2} e^{-x/\theta}$

$$\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta = \theta_1 \end{cases} \text{ con } \theta_0 < \theta_1 \quad L(\theta, x) \propto \theta^{-2m} e^{-\sum x_i / \theta}$$

a) Determina la regione di rifiuto

$$\lambda_1(x) = \frac{\theta_0^{-2m} e^{-\sum x_i / \theta_0}}{\theta_1^{-2m} e^{-\sum x_i / \theta_1}} = \left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)^{2m} e^{-\sum x_i \left(\frac{1}{\theta_0} - \frac{1}{\theta_1}\right)}$$

$$= \underbrace{\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)^{2m}}_{>0} e^{-T \underbrace{\left(\frac{1}{\theta_0} - \frac{1}{\theta_1}\right)}_{>0}} \quad \downarrow \text{al crescere di } T$$

Quindi $R = \{x \in \mathcal{X}^n: \lambda_1(x) \leq \alpha\} = \{x \in \mathcal{X}^n: T(x) = \sum x_i > k\}$

• Determina la regione di rifiuto specifica fissando α ed utilizzando una distribuzione asintotica.

$$X_i \sim \text{Ga}^R(2, \frac{1}{\theta}) \Rightarrow \sum X_i \sim N(\mathbb{E}(\sum X_i), \text{V}(\sum X_i)) = N(m\mathbb{E}X_i, m\text{V}(X_i))$$

$$= N(2m\theta, 2m\theta^2)$$

$$\mathbb{E}X_i = 2\theta$$

$$\text{V}X_i = 2\theta^2$$

$$P_{\theta_0}[R] = P_{\theta_0}[\sum X_i > k] = 1 - P_{\theta_0}[\sum X_i \leq k] = \alpha \Rightarrow P_{\theta_0}[\sum X_i \leq k] = 1 - \alpha$$

$$\Rightarrow P_{\theta_0}\left[\underbrace{\frac{\sum X_i - 2m\theta_0}{\sqrt{2m\theta_0^2}}}_{\stackrel{H_0}{\sim} N(0,1)} \leq \frac{k - 2m\theta_0}{\sqrt{2m\theta_0^2}}\right] = 1 - \alpha \Rightarrow \frac{k - 2m\theta_0}{\sqrt{2m\theta_0^2}} = z_{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow k_\alpha = z_{1-\alpha} \sqrt{2m\theta_0^2} + 2m\theta_0$$

$$\stackrel{H_1}{\sim} N(0,1)$$

$$\beta = P_{\theta_1}[A] = 1 - P_{\theta_1}[R] = 1 - P_{\theta_1}[\sum X_i > k_\alpha] = P_{\theta_1}[\sum X_i \leq k_\alpha] = P_{\theta_1}\left[\frac{\sum X_i - 2m\theta_1}{\sqrt{2m\theta_1^2}} \leq \frac{k_\alpha - 2m\theta_1}{\sqrt{2m\theta_1^2}}\right]$$

$$\approx \Phi\left(\frac{k_\alpha - 2m\theta_1}{\sqrt{2m\theta_1^2}}\right)$$

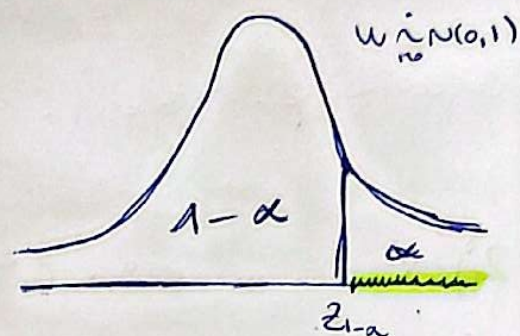
• Determina k_α e β conoscendo $m=20$, $\theta_0=2$, $\theta_1=3$, $\alpha=0.05$

$$k_\alpha = z_{1-\alpha} \sqrt{2m\theta_0^2} + 2m\theta_0 = \underset{1.65}{z_{0.95}} \times \sqrt{40 \times 4} + 40 \times 2 = 100.87$$

$$\beta = \Phi \left(\frac{k_\alpha - 2m\theta_1}{\sqrt{2m\theta_1^2}} \right) = \Phi \left(\frac{100.87 - 40 \times 3}{\sqrt{40 \times 9}} \right) = \Phi(-1.008) = 0.16$$

$$R = \{x \in X: \sum x_i \geq k_\alpha\} \Leftrightarrow \left\{ \frac{\sum x_i - 2m\theta_0}{\sqrt{2m\theta_0^2}} \geq z_{1-\alpha} \right\}$$

$W \stackrel{H_0}{\sim} N(0,1)$



N.B. Potremmo utilizzare anche la distribuzione esatta poiché $\sum x_i \sim G^R(2m, \frac{1}{\theta})$

$$\rightarrow P_{\theta_0}[R] = P_{\theta_0}[\sum x_i \geq k_\alpha] = \alpha = 1 - P_{\theta_0}[\sum x_i \leq k_\alpha] = 1 - P_{\theta_0}[\sum x_i \leq k_\alpha] = 1 - \alpha$$

$$\Rightarrow k_\alpha = q_{1-\alpha} \rightarrow \text{quantile di livello } 1-\alpha \text{ di una } G^R(2m, \frac{1}{\theta_0})$$

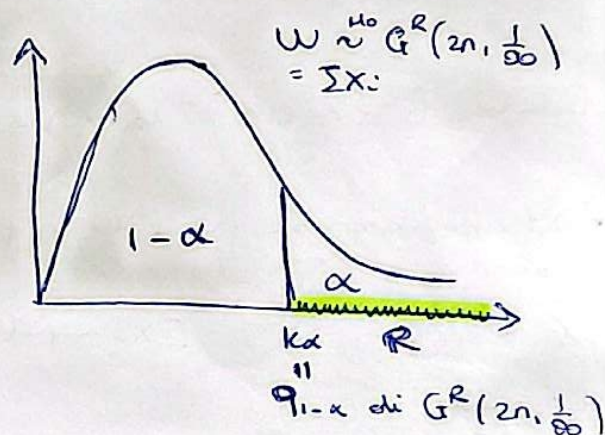
$\sim G^R(2n, \frac{1}{\theta_1})$

$$\beta = P_{\theta_1}[A] = P_{\theta_1}[\sum x_i < k_\alpha] = F(k_\alpha) = F(q_{1-\alpha}) \rightarrow \text{di } G^R(2n, \frac{1}{\theta_0})$$

$G^R(2m, \frac{1}{\theta_1})$ $G^R(2n, \frac{1}{\theta_1})$

$$R = \{x \in X: \sum x_i \geq k_\alpha\}$$

$\sim_{H_0} G^R(2n, \frac{1}{\theta_0})$



TEST IPOTESI COMPOSITE

Supponiamo che il tempo di azione di un anestetico sia una v. aleatoria normale con atteso μ e varianza σ^2 (entrambi ignoti). In un esperimento, i valori osservati per un campione di 10 unità hanno restituito la seguente media e varianza campionaria:

$$\bar{x}_n = 9.28 \text{ minuti}$$

$$s_n^2 = 0.1619 \text{ minuti}^2$$

a) Determina $IC_{1-\alpha}$ del 90% per μ ($\alpha = 0.20$)

$$Q(\bar{x}_n | \mu) = \frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu)}{s_n} \sim t_{n-1} \Rightarrow IC_{1-\alpha}(\bar{x}_n) = \left[\bar{x}_n \pm t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s_n}{\sqrt{n}} \right]$$

$$= \left[9.28 \pm t_{9, 0.9} \frac{0.1619}{\sqrt{10}} \right]$$

$$= \left[9.28 \pm 1.383 \frac{0.1619}{\sqrt{10}} \right] = [9.209, 9.35]$$

b) Ammettendo un livello di significatività del 90% ($\alpha = 0.10$) eseguire il test

$$\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 = 10.5 \text{ minuti} \\ H_1: \mu > \mu_0 = 10.5 \text{ minuti} \end{cases}$$

N.B. Se il livello di significatività fosse stato lo stesso per test e intervallo avremmo potuto già fare delle conclusioni sul test

RELAZIONE TRA $IC_{1-\alpha}$ E TEST $\Rightarrow$ accetto H_0 cioè $W(\bar{x}_n) \in A_\alpha \Leftrightarrow \bar{x}_n \in IC_{1-\alpha}$

Quindi se fosse stato lo stesso livello di significatività poiché $10.5 \notin [9.209, 9.35]$ avremmo potuto dire che rifiutiamo H_0 con una significatività del 90%.

Ci muoviamo nel caso di media e varianza ignote con riferimento su $\mu \Rightarrow N(\mu, \sigma^2)$

Applico Kronecker-Liebig nel caso

$$\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu > \mu_0 \end{cases} \Rightarrow R = \{ \bar{x}_n \in \bar{X}^n : T(\bar{x}_n) \leq k \}$$

$$f_X(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\}$$

i.e. $\forall \theta_1, \theta_2$

$$\lambda_1(\bar{x}_n) = \frac{L(\theta_1)}{L(\theta_2)} = p(T)$$

$\downarrow$ φ non
dipende da T

$$L(\mu, \sigma^2, \bar{x}_n) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum (x_i - \mu)^2\right\}$$

$$\text{considero } \sum (x_i - \mu)^2 = \sum [(x_i - \bar{x}_n) + (\bar{x}_n - \mu)]^2 = \sum [(x_i - \bar{x}_n)^2 + (\bar{x}_n - \mu)^2 + 2(x_i - \bar{x}_n)(\bar{x}_n - \mu)]$$

$$= \sum (x_i - \bar{x}_n)^2 + m(\bar{x}_n - \mu)^2 + 2(\bar{x}_n - \mu) \underbrace{\sum (x_i - \bar{x}_n)}_{=0} = \sum (x_i - \bar{x}_n)^2 + m(\bar{x}_n - \mu)^2$$

$$\Rightarrow L(\mu, \sigma^2, \bar{x}_n) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} [\sum (x_i - \bar{x}_n)^2 + m(\mu - \bar{x}_n)^2]\right\}$$

$$\lambda_2(\bar{x}_n) = \frac{L(\mu_2)}{L(\mu_1)} = \exp\left\{-\frac{m}{2\sigma^2} [(\mu_2 - \bar{x}_n)^2 - (\mu_1 - \bar{x}_n)^2]\right\}$$

$$= \exp \left\{ -\frac{n}{2\sigma^2} \left[(\mu_2^2 - \mu_1^2) + 2\bar{x}_n(\mu_1 - \mu_2) \right] \right\}$$

→ perché $\mu_2 > \mu_1$

$$= \exp \left\{ -\frac{n}{2\sigma^2} (\mu_2^2 - \mu_1^2) \right\} \exp \left\{ -\frac{n}{2\sigma^2} (\mu_1 - \mu_2) 2\bar{x}_n \right\} \uparrow \text{ in } \bar{x}_n = T(\underline{x}_n)$$

> 0 moltiplicando $\bar{x}_n$ < 0 > 0

$$\Rightarrow R = \{ \underline{x}_n \in \mathcal{X} : \bar{x}_n \geq \kappa \}$$

$$\bar{x}_n | \mu \sim N(\mu, \sigma^2/n)$$

$$\bullet \eta(\theta) = P_\theta(R) = P_\theta(\bar{x}_n \geq \kappa)$$

$$= P_\theta \left[\frac{(\bar{x}_n - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \geq \frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \right] = 1 - P \left[t_{n-1} \leq \frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \right] = 1 - \bar{F}_{t_{n-1}} \left(\frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \right)$$

ora per definire $\bar{F}(x)$ è non decrescente in $x \Rightarrow \bar{F}_{t_{n-1}} \left(\frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \right)$ è non decrescente in $\frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma}$ quindi se $\frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \uparrow \Rightarrow \bar{F}(\cdot) \uparrow$ ma se $\mu \uparrow \frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \downarrow$

e quindi $\bar{F}(\cdot) \downarrow$ quindi $\bar{F} \left(\frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \right) \downarrow$ in $\mu \Rightarrow 1 - \bar{F} \left(\frac{(\kappa - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \right) \uparrow$ quindi $\mu \uparrow$ quindi $\alpha = \sup_{\mu \in \Theta} \eta(\mu) = \eta(\mu_0)$

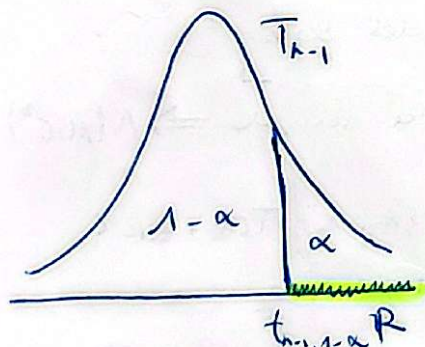
→ questo si vedeva anche dal fatto che $\Theta = \{ \mu_0 \}$

$$\Rightarrow 1 - \bar{F}_{t_{n-1}} \left(\frac{\sqrt{n}(\kappa - \mu_0)}{\sigma} \right) = \alpha \Rightarrow \frac{\sqrt{n}(\kappa - \mu_0)}{\sigma} = q_{1-\alpha}^{(\mu_0)} = t_{n-1, 1-\alpha}$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha} + \mu_0 = \kappa_\alpha$$

$$\mu_0 \sim T_{n-1} = W$$

$$R = \{ \underline{x}_n : \bar{x}_n \geq \kappa_\alpha \Leftrightarrow \bar{x}_n \geq \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha} + \mu_0 \Leftrightarrow \frac{(\bar{x}_n - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma} \geq t_{n-1, 1-\alpha} \}$$



$$\eta_\alpha(\mu) = P_\mu(R) = P_\mu \left[\bar{x}_n \geq \kappa_\alpha \right] = 1 - P_\mu \left[\bar{x}_n < \kappa_\alpha \right]$$

$$= 1 - P_\mu \left[\frac{(\bar{x}_n - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} < \frac{(\kappa_\alpha - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \right]$$

$$= 1 - \bar{F}_{T_{n-1}} \left(\frac{(\kappa_\alpha - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \right) \text{ con } \kappa_\alpha = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha} + \mu_0$$

$$= 1 - \bar{F}_{T_{n-1}} \left(t_{n-1, 1-\alpha} - \frac{\sqrt{n}(\mu - \mu_0)}{\sigma} \right)$$

non sono i dati.

$$R = \{ \underline{x}_n : \frac{(\bar{x}_n - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma} \geq t_{n-1, 1-\alpha} \} \Rightarrow \text{non ripeto il calcolo}$$

$$-2.9.829 \quad \neq \quad 1.383$$

$$4) f_X(x, \theta) = (\theta + 2) x^{\theta+1}$$

a) Trovare la distribuzione canonica di $\hat{\theta}_{MV} \sim N(\theta, cr(\theta))$

$$\begin{aligned} \ln(\theta) &= -m \mathbb{E} \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \log f_X(x, \theta) \right] = -m \mathbb{E} \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} [\log(\theta+2) + (\theta+1) \log x] \right] \\ &= -m \mathbb{E} \left[-\frac{1}{(\theta+2)^2} \right] = \frac{m}{(\theta+2)^2} \quad \rightarrow cr(\theta) = \mathbb{I} \eta'(\theta) = \frac{(\theta+2)^2}{m} \end{aligned}$$

$$\hat{\theta}_{MV} \sim N\left(\theta, \frac{(\theta+2)^2}{m}\right)$$

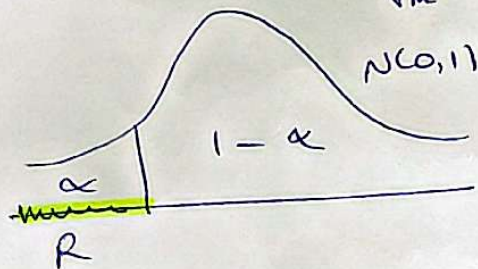
b) Sia dato lo spazio di rifiuto $R = \{x \in \mathcal{X} : \hat{\theta}_{MV} < k\}$ (test di ucd) si calcoli la regione specifica considerando la prob. di errore I° tipo α per il test

$$\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta < \theta_0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) = \pi(\theta_0) = P_{\theta_0}[R] = P_{\theta_0}[\hat{\theta}_{MV} < k] = P_{\theta_0} \left[\frac{(\hat{\theta}_{MV} - \theta_0) \sqrt{n}}{(\theta_0 + 2)} < \frac{(k - \theta_0) \sqrt{n}}{(\theta_0 + 2)} \right] = \alpha \\ \Rightarrow \Phi \left(\frac{(k - \theta_0) \sqrt{n}}{(\theta_0 + 2)} \right) &= \alpha \quad \rightarrow \frac{(k - \theta_0) \sqrt{n}}{(\theta_0 + 2)} = z_\alpha \Rightarrow k_\alpha = z_\alpha \frac{(\theta_0 + 2)}{\sqrt{n}} + \theta_0 \end{aligned}$$

$$R_\alpha = \left\{ x \in \mathcal{X} : \frac{(\hat{\theta}_{MV} - \theta_0) \sqrt{n}}{(\theta_0 + 2)} < z_\alpha \right\}$$

$\stackrel{H_0}{\sim} N(0,1)$



c) Dato un campione $n=144$ e t.c. $\hat{\theta}_{MV} = 1.6$ ed $\alpha = 0.05$, $\theta_0 = 1.5$ esegui il test

$$\Rightarrow \frac{(1.6 - 1.5) \sqrt{144}}{(1.5 + 2)} = 0.34 \not< z_\alpha = z_{0.05} = -1.64$$

$\rightarrow$ accetto H_0 .