

Progetto regionale di divulgazione scientifica
“Pianeta Galileo 2005”
“Un mese dedicato ai piaceri scientifici nelle città della Toscana”

**Forza, velocità e accelerazione:
uno sguardo contemporaneo ai principi della dinamica**

Egidio Longo – Università di Roma “La Sapienza”

Lo scopo di questo contributo è di dare uno sguardo alle leggi della meccanica, formulate da Galilei e Newton, dal punto di vista della fisica di oggi. Naturalmente nell’ambito della meccanica classica, più che sufficiente per lo studio del moto nel mondo macroscopico di cui facciamo esperienza quotidiana, le relazioni tra forze, velocità ed accelerazioni stabilite da Newton conservano una piena validità. Tuttavia il fisico moderno si pone di fronte a questi problemi con un punto di vista che non può che essere inevitabilmente diverso: gli sviluppi della fisica del Novecento, impensabili per gli scienziati delle epoche precedenti, hanno costretto ad un ripensamento profondo di tutte le concezioni della fisica, che si rispecchia anche necessariamente nel nostro modo di considerare la fisica classica. A titolo di esempio si affronteranno alcuni aspetti, come la coerenza interna dei principi della dinamica, la visione moderna delle forze come interazioni e la formulazione delle leggi della meccanica in termini di simmetria e conservazione.

Principi di Newton e corpi isolati

Ripartiamo dunque dalla sintesi newtoniana delle relazioni tra forza, velocità ed accelerazione, espressa nei principi della dinamica: in assenza di forze, un corpo mantiene il proprio stato di moto rettilineo uniforme, con velocità costante; in presenza di forze, il corpo muta il proprio stato di moto, con accelerazione proporzionale alla risultante delle forze esterne: lo stato “naturale” di un corpo non è dunque la quiete, ma il moto rettilineo uniforme.

Ci si può domandare se il legame tra forza ed accelerazione, così stretto da poter essere considerato una “definizione” (in molti testi, la relazione $f=ma$ è considerata la definizione “dinamica” delle forze) non nasconda una ambiguità, una circolarità: come facciamo a sapere che su un corpo non agiscono forze? siamo in grado di fare esperimenti su di un “corpo isolato” per verificare che non è soggetto ad accelerazioni?

Ecco, già su questo semplice ma essenziale problema, la fisica moderna fornisce degli elementi che rendono possibile, beninteso almeno in linea di principio, la costruzione concettuale del concetto di “corpo isolato”. Oggi sappiamo infatti che le forze fondamentali della natura diminuiscono tutte al crescere della distanza. Quindi, in linea di principio, possiamo rendere un corpo isolato semplicemente allontanandolo dagli altri corpi. Man mano che lo allontaniamo, le forze diminuiscono e possiamo verificare che diminuiscono in ugual misura le accelerazioni che ne risultano. Possiamo quindi “estrapolare” idealmente la condizione di un corpo fino a considerarlo isolato, in uno di quegli esperimenti ideali che, malgrado siano solitamente indicati con una espressione tedesca, *gedanken experiment*, sono stati introdotti nella fisica moderna da Galileo, come abbiamo visto nel contributo del prof. Frova.

In pratica, possiamo realizzare agevolmente la condizione di assenza di forze per un corpo materiale annullando eventuali forze agenti su di esso, con l'applicazione di forze uguali e contrarie: p.es. appoggiando un corpo su un tavolo, si cancella la forza peso attraverso la reazione vincolare del tavolo. La risultante delle forze è nulla e in assenza di attrito (condizione anche questa facilmente realizzabile in laboratorio con un tavolo a cuscino d'aria) il corpo materiale si muoverà sulla superficie del tavolo di moto rettilineo uniforme, come se fosse effettivamente isolato.

Relatività galileiana

Tornando ai principi di Newton, oggi sappiamo che una loro formulazione coerente non può prescindere da un principio "zero" della meccanica, che è il principio di relatività galileiana, che oggi si manifesta in tutta la sua rilevanza proprio alla luce delle acquisizioni della teoria della relatività formulata da Einstein. Il principio sperimentale di relatività galileiana (si ricordi la splendida descrizione di Galileo delle osservazioni e degli esperimenti di meccanica che si possono fare all'interno di un vascello in moto) sostiene che le leggi della fisica sono identiche in tutti i sistemi di riferimento che si muovono di moto rettilineo uniforme uno rispetto all'altro e che non è possibile distinguere uno di questi riferimenti da un altro sulla base di alcun esperimento fisico. Ora l'esperienza ci dice che esistono dei riferimenti che godono di una particolare proprietà: se, in essi, i punti materiali non soggetti a forze sono fermi, rimangono fermi. Chiameremo questi riferimenti *sistemi inerziali*. Una volta stabilita l'esistenza di sistemi di riferimento inerziali, qualunque altro sistema di riferimento che si muova di moto rettilineo uniforme rispetto ad uno di essi deve essere esso stesso inerziale (altrimenti sarebbe distinguibile dal primo, violando così il principio di relatività, per il fatto che in esso un corpo fermo non soggetto a forze non rimane fermo): ma ora, tutti i punti fermi in un sistema di riferimento inerziale sono visti muoversi di moto rettilineo uniforme negli altri riferimenti inerziali in moto rettilineo e uniforme rispetto al primo. Ecco quindi che il primo principio della dinamica, o *principio di inerzia*, diventa una conseguenza dell'esistenza di riferimenti inerziali e del principio di relatività galileiana.

La Terra è un riferimento inerziale?

Nella discussione precedente ci siamo riferiti a semplici esperienze di laboratorio, fatte dunque sulla superficie della Terra, assumendo implicitamente di trovarci in un riferimento inerziale. Può valer la pena, a questo punto, di analizzare la validità di questa assunzione, perché questa piccola digressione ci permetterà di esemplificare un modo di affrontare i problemi tipico dei fisici, fatto di una successione di approssimazioni e schematizzazioni, poi modificate per tenere conto di effetti via via più sottili, dove le diverse modellizzazioni concettuali sono però tutte man mano messe alla prova, magari ricorrendo ad espedienti di laboratorio.

Dunque, la superficie terrestre è un riferimento inerziale? secondo la nostra definizione sembrerebbe proprio di no, visto che un corpo fermo, lasciato libero, cade! tuttavia sappiamo che ciò è dovuto alla presenza della forza peso. Abbiamo già visto che, appoggiando il corpo su un piano, la forza peso è cancellata dalla reazione vincolare: per movimenti del corpo sul piano orizzontale dovrebbe valere allora il principio d'inerzia; eppure non è così, perché il corpo, lanciato in direzione orizzontale, tende a rallentare fino a fermarsi per effetto della forza d'attrito. E' necessario ridurre l'attrito fino a renderlo trascurabile, eseguendo l'esperimento sul ghiaccio o su una tavola a cuscino d'aria, per poter finalmente osservare il moto

rettilineo uniforme del corpo, in accordo col principio d'inerzia. A questo punto potremmo pensare di aver raggiunto l'evidenza sperimentale che la superficie terrestre costituisca un riferimento inerziale. In realtà non è così, perché sappiamo che la Terra ruota su se stessa e devono quindi comparire delle forze apparenti, come la forza centrifuga, la stessa che ci spinge verso l'esterno di una giostra in movimento. La forza centrifuga è massima all'equatore, dove è diretta in senso opposto alla forza peso, ed è nulla al polo, posto sull'asse di rotazione terrestre: ebbene, il nostro peso all'equatore deve risultare quindi un po' inferiore di quello misurato al polo. Questa differenza di peso è dell'ordine del 3 per mille, 180 grammi per una persona di 60 kg, una quantità facilmente misurabile con una bilancia di precisione!

E' interessante sapere che è possibile sfruttare l'esistenza delle forze apparenti per annullare (localmente) l'effetto della forza peso: è l'assenza di gravità che si sperimenta sui satelliti artificiali in orbita intorno alla Terra: in essi si può osservare in pratica il moto rettilineo uniforme dei corpi liberi, senza più bisogno di compensazioni: sarà capitato a tutti di osservare filmati nei quali gli astronauti fluttuano nell'aria, e possono far muovere di moto rettilineo ed uniforme persino delle goccioline d'acqua dalla bottiglia alla loro bocca! Il satellite stesso mantiene la propria orbita senza intervento di motori proprio grazie all'uguaglianza tra la forza peso e la forza centrifuga.

Uniformità e conservazione

Nella fisica moderna, il principio di inerzia si esprime solitamente attraverso la quantità di moto, ossia il prodotto della massa di un corpo per la sua velocità, affermando che la quantità di moto di un corpo isolato è costante. Naturalmente, se la massa del corpo non può cambiare, questa affermazione equivale a dire che il corpo si muove di moto rettilineo uniforme. Uno degli aspetti più rilevanti di questa formulazione del principio d'inerzia è che la conservazione della quantità di moto (oltre ad essere più generale, poiché include i casi in cui la massa del corpo può variare nel tempo) può essere ricondotta all'uniformità dello spazio vuoto. Per arrivare a questo, bisogna però prima far vedere come la forza possa essere ricavata come derivata dell'energia potenziale. Questo può essere fatto in modo semplice prendendo come esempio l'energia potenziale della forza di gravità, data dal prodotto mgh , dove m è la massa del corpo, g è l'accelerazione di gravità e h è la quota a cui si trova il corpo: se consideriamo un vagoncino delle montagne russe, vediamo che la sua energia potenziale è proporzionale alla sua quota: tanto più il vagoncino è in alto, tanto maggiore è la sua energia potenziale: nei tratti in discesa, l'energia potenziale diminuisce ed il vagoncino è spinto in avanti, aumentando la propria velocità; nei tratti in salita, l'energia potenziale aumenta, ed il vagoncino è frenato e rallenta. Così vediamo che la gravità esercita una forza nella direzione in cui l'energia potenziale diminuisce. Si dice che la forza è data dalla derivata (ossia dalla variazione), cambiata di segno, dell'energia potenziale rispetto alla posizione: in formule, si scrive $f = -dU/dx$. Nei tratti in piano, l'energia potenziale è costante, la sua derivata si annulla ed il moto del vagoncino è uniforme. Ora se ipotizziamo che lo spazio vuoto sia uniforme, dobbiamo aspettarci che l'energia potenziale del vuoto sia la stessa in tutti i punti dello spazio, ovvero sia costante. Ecco allora che dall'ipotesi dell'uniformità dello spazio deriva l'assenza di forze (energia potenziale costante) e quindi la conservazione della quantità di moto. Notiamo anche come in questi ragionamenti l'accento è posto su un aspetto fisico dello spazio (l'uniformità, in generale, si riferisce a proprietà *fisiche* misurabili) anziché su affermazioni *metafisiche* sulla natura assoluta o relativa dello spazio, come ai tempi di Newton.

La gravità come deformazione dello spazio uniforme

Ora però si pone un nuovo problema: siamo sicuri che lo spazio sia uniforme? non si tratta di una domanda banale; per esempio, la presenza della Terra per i corpi che si trovano nelle sue vicinanze fa sì che si generino forze che dipendono dalla posizione dello spazio: lo spazio in prossimità della Terra non è uniforme, così come non lo è lo spazio intorno al Sole. Di nuovo, possiamo pensare che se ci allontaniamo dagli altri corpi, se ci mettiamo nello spazio vuoto, questo deve essere uniforme. Ma se la presenza di un corpo dotato di massa modifica le proprietà dello spazio, possiamo addirittura pensare che la presenza del corpo modifichi la geometria stessa dello spazio vuoto. E' questo il punto di vista della relatività generale, introdotto da A. Einstein: la massa del Sole incurva lo spazio circostante, come un corpo pesante incurva una rete elastica: lo spazio intorno al Sole assume la forma di una scodella, e se uno immagina di lanciare un pianeta in direzione orizzontale sulla parete della scodella, può capire come il pianeta si muova su un'orbita quasi circolare, né più né meno di una pallina lanciata con velocità nella roulette.

Teorie di campo

Spesso si dice che l'energia potenziale è una energia di posizione, ossia un'energia legata alla posizione nello spazio: se le forze si possono derivare dall'energia potenziale, allora possiamo pensare che un corpo sia soggetto a forze in quanto si trova in quella particolare posizione dello spazio. Lo spazio diviene quindi un *campo di forze*: il corpo interagisce col campo di forze che trova in quella regione di spazio. Se ci pensiamo un attimo, questo punto di vista risolve anche un altro vecchio dilemma della fisica: le azioni che si esercitano tra corpi sono forze a distanza o forze di contatto? la fisica moderna, basata sulle teorie di campo, sostanzialmente rifiuta la prima interpretazione, che peraltro sarebbe incompatibile con la relatività ristretta: nulla si può propagare con velocità maggiore della velocità della luce, e dunque neanche la forza che si esercita tra due corpi lontani può essere istantanea, ma deve essere trasportata in un tempo finito da un corpo all'altro.

Ma come avviene allora l'interazione tra Sole e Terra? o, all'altro estremo della scala delle distanze, come avviene l'interazione tra un protone positivo e un elettrone negativo? Riferiamoci a quest'ultima interazione: nelle teorie di campo, una particella carica che si sposta nello spazio genera in una regione circostante un campo di forze, emettendo e riassorbendo continuamente dei fotoni, i quanti, o i *mediatori*, del campo elettromagnetico. L'elettrone viene leggermente deviato a causa di questa emissione, ma riacquista la sua direzione originale quando riassorbe il fotone. Se non ci sono altre particelle in giro, questo processo non ha nessuna conseguenza misurabile, è, come si dice, un *processo virtuale*. Ma se una seconda particella carica (per esempio un altro elettrone) si avvicina, può assorbire uno di questi fotoni ed essere deviato da esso; a sua volta il primo elettrone, che era stato deviato all'atto dell'emissione del fotone e che non lo può più riassorbire, permane in questo stato, con una direzione diversa da quella iniziale: l'apparente interazione a distanza tra i due elettroni è quindi mediata dai fotoni del campo elettromagnetico che trasportano il campo di forze. L'interazione tra particella e campo di forze è invece sempre *locale*, ossia avviene in un punto dello spazio.

Isotropia e momento angolare

Ma torniamo per un attimo al principio d'inerzia; di fronte alla formulazione attraverso la conservazione della quantità di moto qualcuno potrebbe obiettare: ma

alla fine, con questa storia dell'uniformità, abbiamo solo reinterpretato una cosa ovvia come il moto rettilineo uniforme. Cosa aggiunge a quanto già sapevamo la formulazione in termini di uniformità dello spazio? Se vogliamo cogliere la potenza concettuale del nuovo approccio, proviamo a considerare una diversa proprietà di omogeneità dello spazio: l'*isotropia*. Una geometria isotropa è una geometria in cui tutte le direzioni sono equivalenti. Ci si può chiedere se c'è differenza tra uniformità e isotropia, se cioè è possibile avere uno spazio uniforme senza che sia anche isotropo.

Aiutiamoci con un esempio tratto dalla geometria delle grandi città americane, costruite razionalmente con grandi strade tutte parallele tra loro che si incrociano con altre strade perpendicolari alle prime. Possiamo dire che si tratta di una distribuzione uniforme di costruzioni: se ci spostiamo da una parte all'altra della città la struttura degli isolati è più o meno la stessa. Ma per quanto riguarda le direzioni nelle quali ci possiamo spostare, queste non sono tutte equivalenti: possiamo andare liberamente nella direzione di una delle due serie di strade, o nell'altra, orientata a novanta gradi rispetto alla prima, ma se ci muoviamo in una direzione che forma un angolo intermedio con l'asse delle strade, prima o poi andiamo a sbattere contro una parete: ecco, possiamo dire che una geometria del genere è uniforme, ma non isotropa.

Nello spazio vuoto, è ragionevole assumere che le direzioni siano tutte uguali. Lo spazio vuoto è quindi isotropo, oltre che uniforme. Di nuovo, questa proprietà dello spazio non è valida in presenza di campi di forze: lo spazio sulla superficie della Terra non è isotropo, esiste infatti una direzione privilegiata, che è quella lungo la quale cadono i corpi. Una conseguenza di questo fatto è che se appoggiamo una matita in verticale sul tavolo, sulla punta, la matita acquista una rotazione e cade! Nello spazio vuoto, invece, il potenziale non deve dipendere dalla direzione, per cui non possono esserci forze dirette nel senso in cui cambia la direzione, ossia forze che generano una rotazione. Questo può essere spiegato in maniera semplice ricorrendo di nuovo all'energia potenziale. Mettiamoci in un punto di un piano e consideriamo le possibili direzioni che partono da questo punto: se le rappresentiamo con delle frecce, le punte di tutte queste frecce si troveranno su una circonferenza centrata nel punto in questione. Ora domandiamoci come può essere fatta l'energia potenziale di tutti i punti di questa circonferenza: se il piano non fosse isotropo, l'energia potenziale potrebbe essere diversa per ogni direzione, per esempio potrebbe diminuire per una rotazione in senso orario. Se rappresentiamo questa energia potenziale con il solito binario delle montagne russe, otteniamo una spirale discendente: il carrellino, posto in un punto del binario comincerebbe a scendere, ruotando in senso orario rispetto al centro: l'anisotropia genera una rotazione! Se, viceversa, ipotizziamo che il piano sia isotropo, intendendo con ciò che tutte le sue proprietà devono essere indipendenti dalla direzione, e costruiamo come prima l'energia potenziale sulla solita circonferenza, questa energia potenziale deve essere costante. Il corrispondente binario delle montagne russe è ora esso stesso una circonferenza piana. Un carrellino posto fermo sul binario, rimane fermo; un carrellino posto in moto con una certa velocità, mantiene la sua velocità (in assenza di attrito) e si muove quindi di moto circolare uniforme: l'isotropia comporta quindi la conservazione dello stato di rotazione.

La grandezza fisica che rappresenta lo stato di rotazione è, come è noto, il momento angolare: nello spazio isotropo, il momento angolare di un sistema isolato si conserva. Ci sono innumerevoli esempi di questa conservazione, dal mondo microscopico alla trottola, dal costante stato di rotazione della Terra su se stessa, allo stato di rotazione dei miliardi di stelle che costituiscono le galassie. Se consideriamo la rivoluzione della Terra intorno al Sole, altro esempio di conservazione del momento angolare, è

interessante notare che la presenza della massa del Sole, con la attrazione gravitazionale che ne risulta, modifica l'omogeneità dello spazio circostante (non si conserva la quantità di moto: un corpo fermo tende a cadere verso il Sole) ma non l'isotropia (la forza gravitazionale è infatti la stessa per tutte le direzioni che partono dal Sole) per cui il momento angolare dei pianeti si deve conservare.

Invarianza e simmetria

L'uniformità e l'isotropia si possono considerare delle *proprietà di invarianza*: possiamo dire infatti che lo spazio uniforme è invariante per traslazioni, nel senso che le sue proprietà non cambiano se spostiamo (trasliamo) il punto in cui le misuriamo; lo spazio isotropo è invariante per rotazioni, le sue proprietà non cambiano se ruotiamo intorno ad un asse il punto in cui le misuriamo. Come si dice con linguaggio moderno, l'invarianza per traslazioni e quella per rotazioni sono *proprietà di simmetria*: una simmetria è una trasformazione di un sistema che ne lascia invariate alcune proprietà.

Le figure geometriche ci danno dei semplici esempi di simmetrie: un cilindro è simmetrico per rotazioni intorno al suo asse: qualunque rotazione del cilindro lo riporta su se stesso, e quindi ne lascia invariate le proprietà geometriche. Notiamo che questa proprietà sussiste per rotazioni piccole a piacere: è possibile ruotare con continuità il cilindro, sempre lasciandone invariata la sua configurazione geometrica. Diremo quindi che si tratta di una simmetria continua. Molte figure geometriche non godono di simmetrie continue, ma possiedono ugualmente delle proprietà di simmetria. Consideriamo un cubo: se lo ruotiamo di un angolo qualunque intorno ad un asse che passa per il centro di due facce parallele, la posizione del cubo nello spazio cambia. Non abbiamo simmetria continua. Se però lo ruotiamo di un angolo di 90 gradi, il cubo ritorna nella sua posizione iniziale: ogni rotazione di 90 gradi riporta il cubo nella sua posizione iniziale. Siamo di fronte ad una simmetria discreta. Le strutture cristalline che si incontrano in natura offrono innumerevoli esempi di simmetrie discrete, tanto che i cristalli possono essere classificati in base alle loro proprietà di simmetria.

Un tipo particolare di simmetria discreta è quella che si ottiene osservando un oggetto riflesso nello specchio. Questa particolare simmetria è detta parità spaziale, con riferimento al fatto che, in coordinate cartesiane, l'immagine speculare si ottiene invertendo la direzione di uno dei tre assi, ossia cambiando il segno di una delle tre coordinate. Se ora si cambia il segno ad una seconda coordinata, si ritorna all'immagine originale, mentre una terza inversione di segno ci riporta all'immagine speculare: un numero dispari di inversioni porta quindi all'immagine speculare, un numero pari riporta all'immagine originale. Fino agli anni '50 del Novecento, vi era la convinzione che le proprietà degli oggetti fisici fossero invarianti per riflessioni speculari, ossia sotto la simmetria di parità spaziale. Ma alcuni esperimenti sulle interazioni deboli hanno messo in luce come questo non sia sempre vero a livello microscopico: queste interazioni violano la simmetria di parità spaziale. Dopo quella scoperta fondamentale, lo studio delle proprietà di trasformazione delle interazioni fondamentali, e la corrispondente determinazione di leggi di conservazione o di rottura delle simmetrie è diventato il paradigma più prolifico per il progredire delle nostre conoscenze del mondo microscopico.