

Cognome e nome N. matricola

ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+4)^{2n}}{(2n)!(2n+2)},$$

e calcolarne la somma.

2. Dire per quali valori del parametro reale α il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\ln |x^2 + y^2 - 4| + \frac{2x^2}{x^2 + y^2 - 4}, \frac{\alpha xy}{x^2 + y^2 - 4} \right)$$

è **irrotazionale**. Per tale valore di α , dire se il campo è conservativo nel cerchio $x^2 + y^2 < 4$, e calcolare il lavoro compiuto da \mathbf{F} per spostare un punto materiale dall'origine al punto $(1, 1)$. Il campo è conservativo anche nel dominio esterno $x^2 + y^2 > 4$?

3. Trovare e classificare i punti critici di

$$f(x, y) = x^3 - x^2 + y^4 - 32y^2.$$

Successivamente calcolarne, mediante il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, massimo e minimo assoluto sull'ellisse $x^2 + 2y^2 = 28$.

4. Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = (x^2, x + 2y^2)$$

uscente dalla frontiera del dominio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + y^2 \leq \sqrt{2}y \right\}.$$

5. Mostrare che in un opportuno intorno del punto $(1, -1)$ i punti dell'insieme

$$E = \{(x, y) : \ln x + (y+1)x^2 = \sin(\pi y)\}$$

costituiscono il grafico di una funzione $y = f(x)$ oppure $x = f(y)$, e scrivere il polinomio di Taylor del secondo ordine della f con punto iniziale $x_0 = 1$ oppure $y_0 = -1$. Disegnare l'insieme E in un intorno di $(1, -1)$.

6. Dire se esistono i seguenti limiti

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^5}{|x| + y^4}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^5}{|x| - y^4}.$$