# Capitolo 2

# Dalle forze alle interazioni

### 2.1 Oggetti in interazione

Se vogliamo iniziare con una definizione sintetica ma esauriente, possiamo dire che la fisica si occupa delle interazioni tra gli oggetti materiali. Immagino che anche le persone che non hanno molta dimestichezza con la fisica si figurino abbastanza facilmente cosa si intenda per "oggetto materiale", mentre le "interazioni" susciteranno forse un po' di disagio. Probabilmente queste persone troverebbero la definizione più comprensibile se si parlasse di "forze", ma questo termine, come vedremo, sarebbe riduttivo. In realtà, per gli addetti ai lavori il grado di significatività dei due termini della definizione è piuttosto rovesciato. Al giorno d'oggi i fisici pensano di avere una idea dettagliata e condivisa sulle interazioni e sulla loro natura, mentre è molto più problematico trovare una definizione universale per gli oggetti materiali: i fisici tendono ad indentificare gli oggetti materiali con quelli di cui si occupa in particolare il loro campo di ricerca; non è solo una questione lessicale, perché ad esempio l'apparato concettuale col quale si deve affrontare la fisica degli oggetti macroscopici è completamente diverso da quello necessario per gli oggetti microscopici, e di conseguenza diversi sono i linguaggi matematici con i quali possiamo esprimere le leggi fisiche corrispondenti.

Per quanto ne sappiamo, le interazioni sono solamente quattro: l'interazione gravitazionale, l'interazione elettromagnetica, l'interazione nucleare forte e l'interazione debole. Di queste, la prima ci è sicuramente familiare, essendo responsabile per esempio del fatto che sulla superficie della Terra noi siamo soggetti alla forza peso, che ci attrae verso il centro del nostro pianeta.

E tutti sanno che la gravitazione è la forza che fa ruotare la Terra intorno al Sole, la Luna intorno alla Terra, e così via; la gravitazione è responsabile in ultima analisi della struttura e della dinamica del nostro Universo. Ciascun oggetto materiale partecipa all'interazione gravitazionale in base al valore di una sua proprietà caratteristica, la massa. Anche l'interazione elettromagnetica ci è familiare: sia per le sue applicazioni nella vita quotidiana (da quando, verso la fine dell'ottocento, l'uomo utilizza l'elettricità per l'illuminazione e per il funzionamento di apparati elettrici e più recentemente. nella seconda metà del novecento, da quando i dispositivi elettronici hanno rivoluzionato la nostra tecnologia), sia perché tutti sanno che gli atomi e le molecole devono la loro stabilità e la loro struttura all'interazione elettromagnetica tra le cariche elettriche positive dei nuclei e quelle negative degli elettroni. Gli oggetti materiali partecipano quindi all'interazione elettromagnetica attraverso un'altra loro proprietà, la carica elettrica. La carica elettrica, a differenza della massa, che è sempre positiva, compare con due polarità, positiva e negativa: tutte le masse si attraggono, mentre cariche di segno uguale si respingono e cariche di segno opposto si attraggono.

Le altre due interazioni fondamentali hanno la proprietà di avere un cortissimo raggio di azione: la prima, l'interazione nucleare forte, si manifesta solo a distanze comparabili col raggio nucleare; la seconda, l'interazione debole, agisce a scale di distanza ancora più piccole. Nonostante siano entrambe fondamentali per la nostra comprensione della natura (la prima è la forza che spiega per esempio perché i protoni stanno insieme all'interno del nucleo, nonostante la repulsione dovuta alla interazione elettromagnetica di cariche dello stesso segno; la seconda gioca un ruolo fondamentale nel processo di combustione delle stelle), questo loro cortissimo raggio di azione le rende praticamente trascurabili quando studiamo le interazioni dei corpi a grande distanza rispetto alle dimensioni nucleari (per cui possiamo trascurarle già a livello delle interazioni tra atomi o molecole).

Tutte le precedenti affermazioni (come tutte le altre che saranno via via esposte in questo libro) si basano esclusivamente su evidenze sperimentali: alcune di queste evidenze sono parte della nostra esperienza quotidiana, altre richiedono sofisticati e complessi strumenti di indagine. A partire dalla elaborazione del motodo sperimentale, dovuta a Galilei<sup>1</sup>, l'evidenza sperimentale è un requisito inderogabile della fisica moderna. Questo naturalmente non vuol dire che la fisica non ammetta speculazioni teoriche, né tantomeno che

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Galileo Galilei, ...

l'evidenza sperimentale possa darci la certezza della validità universale e illimitata delle nostre affermazioni. Ma le speculazioni teoriche, per essere considerate oggetto della fisica, devono poter essere assoggetate ad una verifica sperimentale, e solo in seguito a questa verifica possono diventare leggi fisiche. D'altro lato dobbiamo anche precisare che quando diciamo: "questa legge fisica è verificata sperimentalmente" intendiamo solo dire che "tutti gli esperimenti controllabili e riproducibili eseguiti finora (nell'ambito di validità della legge, che deve essere dettagliatamente specificato<sup>2</sup>) sono compatibili, nei limiti degli errori sperimentali, con questa legge fisica"; questa seconda espressione è però un po' troppo lunga, e utilizzeremo quindi la prima, con buona pace di Popper<sup>3</sup>.

Dunque, tutte le forze che si esercitano tra oggetti materiali sono da attribuirsi a solo quattro interazioni fondamentali, due delle quali sono già trascurabili alla scala atomica. Bisogna chiarire subito che quando diciamo che le interazioni fondamentali sono solo queste quattro, intendiamo dire che tutte, ma proprio tutte, le altre forze macroscopiche che sperimentiamo quotidianamente sono riconducibili a queste quattro; anzi, con l'eccezione della forza peso, che come già ricordato è una manifestazione della gravitazione, tutte le forze di cui abbiamo esperienza quotidiana, che sono poi quelle di cui parlano solitamente i libri di fisica elementare, come ganci che sostengono, funi che tirano, pressione che spinge il pistone di un motore, contatto meccanico tra le parti di un ingranaggio, attrito che si oppone al movimento generato da una qualunque delle forze sopra elencate, tutte, ma proprio tutte, non sono altro che manifestazioni della interazione elettromagnetica.

L'elettromagnetismo, come dice la parole stessa, non è altro che l'interpretazione unitaria dei fenomeni elettrici e magnetici, per cui se l'interazione di due cariche ferme appare come un "campo" elettrico, l'interazione di due cariche in moto relativo appare come la sovrapposizione di un campo elettrico e un campo magnetico, per cui possiamo dire che il campo magnetico è la forza associata al movimento di una carica<sup>4</sup>. E questo riporta all'e-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>per esempio con formulazioni del tipo: "le leggi della meccanica classica sono sperimentalmente verificate finché si considerano velocità piccole rispetto alla velocità della luce, ecc."

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Karl Popper, ...

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Questa affermazione può suscitare due differenti osservazioni critiche: la prima è che identificare gli effetti diversi di una carica ferma e di una carica in moto può sembrare un artificio, la seconda è che sostenere che il campo magnetico è l'effetto di una carica in movimento presuppone la scelta di un particolare sistema di riferimento rispetto al quale la

lettromagnetismo anche le calamite, i motori ad induzione magnetica ecc. ecc.

L'elettromagnetismo è un esempio di unificazione tra fenomeni apparentemente diversi che sono ricondotti ad una visione unitaria, per cui possono essere interpretati come manifestazioni diverse di una sola interazione, nel caso specifico l'interazione tra cariche elettriche. Il primo esempio di unificazione può essere in effetti considerato la formulazione da parte di Newton<sup>5</sup> della legge della gravitazione universale: in altri termini, la caduta della leggendaria mela di Newton ed il moto dei pianeti intorno al sole sono due manifestazioni della stessa interazione fondamentale e possono essere entrambe interpretate quantitativamente facendo ricorso alla stessa legge, che dice che due oggetti materiali si attraggono con una forza inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza e direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse. In formula, possiamo scrivere la legge di Newton come

$$F \propto -\frac{m_1 m_2}{r^2};\tag{2.1}$$

il segno meno proviene dalla convenzione di considerare la forza negativa in quando tende a ridurre la distanza tra le due masse. Il carattere universale della legge della gravitazione risiede nel fatto che se consideriamo un determinato oggetto, per esempio un satellite artificiale, e ne determiniamo la sua massa, per esempio misurando il suo peso (cioè stabilendo con quale forza è attratto dalla massa della Terra quando si trova sulla superficie terrestre, ossia ad una distanza dal centro della Terra pari al raggio terrestre), il valore della massa così determinato ci permette di calcolare l'orbita del satellite intorno alla Terra, ma anche il peso dello stesso satellite sulla Luna, o su Marte, o l'orbita intorno a Marte o alla Luna, e persino la sua traiettoria nell'ipotesi che sia lanciato nello spazio, dove risentirà dell'attrazione gravitazionale della Terra, del Sole e degli altri pianeti del sistema solare.

Una circostanza notevolissima che riguarda la forma matematica con cui abbiamo espresso la legge di Newton è che nel caso dell'interazione elettromagnetica la forma matematica che esprime la forza con cui si attraggono

carica è in moto oppure è ferma. In realtà, la combinazione della teoria elettromagnetica con la relatività ristretta risponde ad entrambe le critiche, perché mostra che il campo elettrico ed il campo magnetico si trasformano l'uno nell'altro per trasformazioni di sistemi di riferimento, per cui ciò che appare come un campo elettrico in un riferimento nel quale la carica è ferma si trasforma nella sovrapposizione di un campo elettrico e di uno magnetico nel riferimento nel quale la carica è in moto.

 $<sup>^5 \</sup>mathrm{Isaak}$ Newton, ...

due cariche è incredibilmente simile:

$$F \propto -\frac{q_1 q_2}{r^2};\tag{2.2}$$

questa è la legge di Coulomb<sup>6</sup>: alle due masse sono sostituite le due cariche ed il segno positivo dà conto del fatto che la forza che si esercita tra cariche di segno uguale tende ad aumentarne la distanza, mentre per avere una forza attrattiva dobbiamo avere cariche di segno opposto.

Nonostante la affermazione che tutte le interazioni tra oggetti materiali si possano ricondurre a solo quattro interazioni fondamentali rappresenti una formidabile sintesi, la ricerca di ulteriori unificazioni è praticamente la linea guida della fisica contemporanea: oggi sappiamo che in realtà la interazione debole e l'interazione elettromagnetica sono due manifestazioni di un'unica interazione e possiamo facilmente incorporare anche l'interazione forte in uno schema unitario. Molti considerano una delle frontiere della fisica moderna l'ulteriore unificazione di queste tre interazioni con la gravitazione. Le difficoltà concettuali sottese da questa ricerca sono formidabili, ma la ricerca dell'unificazione è considerata così fondamentale che molti fisici teorici sono disposti a riconsiderare le basi fisico-matematiche dello spaziotempo pur di trovare soluzioni soddisfacenti a questo problema.

Dunque, le interazioni sono ricomposte in uno schema piuttosto semplice, e se ci aspettiamo un progresso dai futuri sviluppi della fisica, questo dovrebbe andare nella direzione di una ulteriore semplificazione nella loro descrizione. Lo stesso non si può dire per quanto riguarda gli oggetti materiali: finora abbiamo usato questo termine in maniera piuttosto disinvolta, come oggetto (e soggetto, attraverso la massa e la carica elettrica) delle interazioni. Ma già la sintesi newtoniana pone qualche problema: se la mela è attratta dalla Terra nello stesso modo con cui la Terra attrae la luna ecc. l'asimmetria appare evidente: forse non ho difficoltà a considerare la mela un oggetto, ma la Terra? la Terra è fatta di roccia, acqua, atmosfera, mele e infinite altre cose, tutte dotate di una loro massa. La massa della Terra è data quindi dalla somma di tutte le masse di questi corpi, alcuni dei quali si trovano molto più vicini alla mela rispetto al raggio terrestre che dobbiamo mettere nella formula di Newton per ritrovare la forza peso, mentre altri si trovano a distanza maggiore di questo raggio, come le mele, le rocce e il resto della materia che si trova agli antipodi. E se considero l'attrazione tra la Terra e il Sole, benché entrambe le distribuzioni delle loro masse siano

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Charles A. de Coulomb, ...1736-1806

molto concentrate in due zone di spazio piccole rispetto alla loro distanza, chi mi autorizza a considerare che l'effetto complessivo delle masse di tutti gli oggetti che costituiscono per esempio la Terra sia lo stesso che avrebbe una massa pari alla somme di tutte le masse, concentrata in qualche punto in mezzo alla distribuzione di massa della Terra? Se d'altra parte proviamo a lavorare nell'altra direzione, quella della mela, ossia di un oggetto sufficientemente piccolo da avere una sua individualità, dobbiamo cominciare a scomporre gli oggetti materiali nei loro componenti, andando ben oltre la dimensione della mela, dei suoi spicchi, dei suoi semi ecc. Sappiamo bene che andremo a finire ai componenti microscopici della materia: atomi, elettroni, protoni... prendiamo due elettroni, che per quanto ne sappiamo sono entità elementari indivisibili: in questo caso possiamo pensare di applicare senza problemi la legge di Newton (o meglio la legge di Coulomb, visto che la repulsione elettromagnetica tra due elettroni è infinitamente maggiore della loro attrazione gravitazionale) inserendo la distanza reciproca di questi oggetti "puntiformi"? Sfortunatamente anche da questo lato della scala le cose non sono così semplici, perché a livello microscopico il principio di indeterminazione della fisica quantistica limita fortemente la precisione con la quale possiamo determinare la posizione di un elettrone.

Se però accettiamo, come abbiamo gia implicitamente fatto poco sopra, l'idea atomistica dei componenti fondamentali della materia, largamente confermata dalla fisica moderna (anche se è necessario scendere ad una scala inferiore a quella atomica per arrivare a questi componenti), possiamo almeno osservare che, come per le forze, anche tutta la complessità e varietà degli oggetti materiali, dai corpi cosmici agli atomi e alle molecole, possono essere ricondotte alla combinazione, in entità via via più complesse, di pochi elementi fondamentali: per "mettere insieme" la natura ordinaria, ossia quella che costituisce il nostro universo qui e ora, circa 15 miliardi di anni dopo il big bang, sono sufficienti quattro "componenti elementari": il protone, il neutrone, l'elettrone ed il neutrino.

Quattro forze per quattro oggetti? Troppo semplice purtroppo, perché se nella storia della fisica le forze fondamentali si sono andate sempre "semplificando", i componenti elementari individuati ad un certo livello di "profondità" nella materia hanno finora subito un inaspettato processo di moltiplicazione, che ha sempre costretto ad andare a cercare un livello più profondo, più elementare: la molteplicità degli elementi chimici e dei loro isotopi può essere spiegata in maniera naturale come l'insieme delle combinazioni possibili di elettroni, protoni e neutroni, ma poi sono stati scoperti "elettroni"

più pesanti e altre particelle (qualche centinaio!) della famiglia dei protoni e neutroni. In questo momento, tutte le particelle di materia note possono essere spiegate come combinazione di 3 quadrupletti, ciascuno formato da una particella tipo elettrone, dal suo neutrino e da due quark (i componenti "elementari" dei protoni, dei neutroni e dei loro parenti) e da tutte le rispettive antiparticelle: in totale, 24 oggetti. Troppi? Forse, soprattutto se consideriamo il fatto che per dar conto di tutta la materia ordinaria, quella, come abbiamo già detto, che costituisce il nostro universo qui e ora, il primo quadrupletto (senza nemmeno invocare le sue antiparticelle!) sarebbe sufficiente. Ma molti fisici ritengono che con meno di 24 non sarebbe possibile spiegare completamente tutte le proprietà del mondo in cui viviamo. E molti altri ritengono che siamo vicini (anni, o forse mesi, se la nuova macchina del CERN di Ginevra inizierà a produrre dati secondo il programma previsto) ad aprire un nuovo vaso di pandora, che rovesciandoci addosso una nuova pletora di particelle potrà forse illuminarci sulla via di una ulteriore sintesi semplificatrice.

Vedremo nei prossimi paragrafi come sia possibile aggirare le difficoltà nella descrizione degli oggetti macroscopici e come le nostre conoscenze a livello microscopico possano effettivamente permetterci di descrivere in un quadro unitario "le interazioni tra gli oggetti materiali".

# 2.2 Le interazioni degli oggetti macroscopici

Abbiamo già notato che non appena andiamo oltre la scala delle dimensioni nucleari, a causa del loro piccolo raggio d'azione le interazioni nucleari forti e deboli sono completamente trascurabili. Le uniche interazioni che dobbiamo considerare sono quindi la gravitazione e la interazione elettromagnetica, che hanno l'elegante proprietà di essere descritte, almeno nella loro forma più semplice, da due leggi molto simili, entrambe proporzionali all'inverso del quadrato della distanza.

### 2.3 Il principio di sovrapposizione

Per entrambe queste due interazioni, inoltre, vale (ossia è sperimentalmente verificato) uno stesso principio<sup>7</sup>, che è il principio di sovrapposizione: se consideriamo tre o più oggetti dotati di massa (o di carica elettrica) l'effetto dell'interazione gravitazionale (o elettromagnetica) su uno qualunque degli oggetti è uguale alla somma delle forze che eserciterebbero separatamente su tale oggetto tutti gli altri oggetti presi in considerazione. Questo principio vale anche per la sovrapposizione degli effetti separati dell'interazione gravitazionale ed elettromagnetica<sup>8</sup>, e vale quindi per tutte le manifestazioni delle forze che hanno una rilevanza macroscopica. Possiamo capire facilmente come il principio di sovrapposizione permetta di "costruire" gli effetti complessivi di distribuzioni di massa e di carica di oggetti estesi, ed aiutarci a risolvere uno dei problemi concettuali esposti nel primo paragrafo.

#### 2.4 La natura vettoriale delle forze

Se dunque il principio di sovrapposizione assicura che l'effetto combinato di due forze è pari alla somma delle forze in questione, dobbiamo però ancora chiarire cosa vuol dire "sommare" due forze. Per rispondere a questa domanda, dobbiamo precisare un aspetto che finora non abbiamo approfondito: se

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Si usa spesso il termine "principio" in fisica: tuttavia questo termine non ha un significato specificatamente diverso da quello di una legge fisica; in particolare, non va inteso come un assioma che viene assunto come valido al di là di ogni prova sperimentale, ma semplicemente come una legge di validità generale, che spesso può essere espressa con semplici parole, addirittura senza riferimento ad una precisa formulazione matematica, come è invece solito per una legge fisica. Un principio, come nel caso del principio di sovrapposizione, può essere utilizzato per esprimere il comportamento comune di più leggi, anche tra loro indipendenti. Ma la sua validità deve sempre essere verificabile sperimentalmente per tutte le leggi che ne possono essere derivate, nel significato che abbiamo chiarito più sopra per una generica legge fisica. Naturalmente se il principio rappresenta una legge fisica espressa in termini particolarmente semplici e generali e da questo si possono derivare altre leggi fisiche particolari, magari espresse da relazioni matematiche più complesse, può essere naturale attribuire al principio un carattere fondante: una buona teoria fisica si baserà su pochi principi generali e cercherà di far discendere da questi tutte le leggi rilevanti in un certo ambito. Ma la validità di questa teoria dovrà pur sempre basarsi sulle evidenze sperimentali delle sue leggi e non sulla semplicità e sull'eleganza dei suoi principi.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>In realtà, in questa formulazione il principio vale solo su scala macroscopica. Su scala microscopica, nell'ambito della meccanica quantistica, il principio deve essere formulato in maniera differente, ma mantiene la sua validità.

consideriamo due masse o due cariche che si attraggono o si respingono, possiamo stabilire che la reciproca azione dei due oggetti è diretta nella direzione che va da un oggetto all'altro: questo implica che quando parliamo di forza, non ci riferiamo solo alla sua intensità, data dalla legge di Newton o da quella di Coulomb, ma anche alla direzione lungo la quale la forza agisce: una grandezza fisica di questo tipo si chiama "vettore", perché il suo esempio più semplice è lo spostamento di un oggetto. Se sposto, o trasporto, un oggetto diciamo da Roma a l'Aquila, posso rappresentare su una carta geografica questo spostamento come un segmento che va da Roma all'Aquila (figura carta.geografica)<sup>9</sup>. Posso mettere una freccia in corrispondenza del punto di arrivo, per segnalare che oltre ad una direzione, devo individuare anche il verso. Se ora sposto l'oggetto dall'Aquila a Orvieto, la distanza è pressoché la stessa, la lunghezza dello spostamento è quindi la stessa, ma la direzione è diversa. Se ora considero lo spostamento complessivo da Roma a Orvieto, vedo immediatamente che la sua lunghezza è inferiore alla somma delle lunghezze degli spostamenti da Roma all'Aquila e dall'Aquila a Orvieto. Se riporto questi tre segmenti sulla carta geografica, osservo immediatamente che il terzo spostamento corrisponde alla diagonale di un parallelogramma che ha come lati i segmenti Roma-l'Aquila e l'Aquila-Orvieto: questa regola di somma degli spostamenti vale per qualunque somma di grandezze vettoriali, come ad esempio le forze: le forze si sommano con la regola del parallelogramma. Non dobbiamo farci turbare dal fatto che, quando vogliamo sommare due forze, queste sono applicate nello stesso punto, a differenza dei due vettori che indicano gli spostamenti, che invece si susseguono: se guardiamo la figura parallelogramma.forze, vediamo che nei due casi compaiono due lati paralleli del parallelogramma, che sono quindi tra loro uguali.

Notiamo che la somma dei vettori va intesa come una somma algebrica, che tiene cioè conto della direzione di ciascun vettore, e del fatto che possiamo indicare lo spostamento da A a B come lo spostamento da B ad A cambiato di segno: cambiare il segno di un vettore significa in definitiva spostare la freccia da punto di arrivo al punto di partenza. I vettori si indicano con una lettera con sovrapposta una piccola freccia:  $\vec{v}$ . Se indichiamo con  $\vec{r}_1$  lo spostamento tra Roma e l'Aquila, con  $\vec{r}_2$  lo spostamento tra l'Aquila e Orvieto e con  $\vec{r}_3$  lo spostamento tra Roma e Orvieto, possiamo scrivere  $\vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$ , ma

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Per inciso, il vettore spostamento che abbiamo introdotto coincide con il vettore che esprime la posizione relativa dell'Aquila rispetto a Roma. Nel seguito, fino all'introduzione dei sistemi di riferimento, useremo come sinonimi i termini "spostamento" e "posizione relativa"

anche, secondo le regole dell'algebra elementare:  $\vec{r}_1 = \vec{r}_3 - \vec{r}_2$ , con l'evidente significato che posso andare da Roma all'Aquila andando prima da Roma a Orvieto e poi da Orvieto all'Aquila e quest'ultimo spostamento è uguale allo spostamento dall'Aquila a Orvieto cambiato di segno.

Notiamo che è importante individuare questa natura per così dire "geometrica" delle grandezze fisiche: ci sono grandezze che sono rappresentate semplicemente da una intensità, ossia un singolo valore numerico (come la massa o la carica elettrica) e sono dette "scalari", e ci sono grandezze "vettoriali", rappresentate da una intensità, una direzione ed un verso. Ci sono anche grandezze fisiche rappresentate da oggetti geometrici più complicati, alcuni dei quali incontreremo nel nostro percorso. L'identificazione della corretta natura geometrica delle grandezze fisiche è importante, ma spesso sottile: ad esempio sempre con riferimento alle posizioni relative di oggetti nello spazio fisico, dobbiamo distinguere tra la distanza, che è uno scalare, e lo spostamento, che è un vettore. Abbiamo notato che la distanza tra Roma e l'Aquila e quella tra Roma e Orvieto sono praticamente le stesse, ma lo spostamento è diverso. Indentificare la natura geometrica delle grandezze fisiche è indispensabile per esempio quando vogliamo sommarle tra loro. Di nuovo possiamo fare riferimento a distanza e spostamento: mentre lo spostamento tra Roma e Orvieto è dato dalla somma dello spostamento tra Roma e l'Aquila e quello tra l'Aquila e Orvieto, la distanza che percorro andando a Orvieto passando per l'Aquila è maggiore della distanza che percorro andando direttamente da Roma a Orvieto nella direzione di  $\vec{r}_3$ ; se poi volessi calcolare la distanza effettivamente percorsa dovrei considerare il percorso effettivo lungo una certa strada, scomponibile con una certa approssimazione in tanti piccoli segmenti: lo spostamento risultante sarebbe la somma di tutti i vettori associati a questi piccoli segmenti, mentre la distanza percorsa sarebbe la somma di tutte le lunghezze (scalari) dei singoli segmenti (Fig. percorso.spezzato).

Torniamo dunque alla espressione vettoriale della forza. Per come l'abbiamo scritta, al secondo membro della legge di Newton compaiono solo grandezze scalari, moltiplicate o divise tra di loro: le masse e la loro distanza al quadrato (il prodotto o il rapporto di due grandezze scalari è ancora una grandezza scalare). Che il raggio nel denominatore rappresenti la distanza e non la posizione relativa dei due oggetti è dimostrato dal fatto che la intensità della forza di Newton non varia se teniamo fisso uno dei due oggetti e facciamo ruotare l'altro in tutti i modo possibili sulla superficie di una sfera di raggio r centrata sul primo. Sappiamo però che la forza è diretta come

la congiungente i due oggetti, ossia è diretta come lo spostamento  $\vec{r}$  che va dal primo al secondo oggetto (o viceversa, preciseremo tra un attimo il segno del vettore). Se vogliamo scrivere la legge di Newton come una relazione tra vettori, dobbiamo aggiungere nel secondo membro l'indicazione vettoriale di questa direzione. Se aggiungessimo semplicemente  $\vec{r}$  però, l'intensità risulterebbe complessivamente inversamente proporzionale ad r anziché a  $r^2$ . Dobbiamo quindi inserire un vettore di lunghezza unitaria con la stessa direzione di  $\vec{r}$ . Questo particolare vettore di lunghezza unitaria si dice "versore", e si indica con  $\hat{r}^{10}$ . Possiamo dunque scrivere la legge di Newton in forma vettoriale come

 $\vec{F} \propto -\frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}; \tag{2.3}$ 

se intendiamo la forza che il primo punto esercita sul secondo, la direzione del versore sarà quella che va dal primo al secondo, mentre il segno meno dà conto del fatto che la forza è attrattiva, ossia è diretta verso il primo punto ed ha quindi direzione opposta al versore  $\hat{r}$ ; se viceversa consideriamo la forza che il secondo punto esercita sul primo, dovremo considerare come direzione di  $\hat{r}$  quella che va dal secondo al primo punto e il verso della forza cambierà di conseguenza.

Per concludere questo primo incontro coi vettori, dobbiamo chiarire ancora un punto importante: in qualunque legge fisica, la natura geometrica di entrambi i membri deve essere la stessa: se il primo membro è un vettore (o uno scalare) anche il secondo membro deve essere un vettore (o uno scalare). Il carattere fondamentale di questa esigenza sarà chiaro nel momento in cui considereremo l'osservazione e la descrizione dei fenomeni fisici in diversi sistemi di riferimento.

#### 2.5 Il centro di massa

Il principio di sovrapposizione ci aiuta solo in parte a chiarire come funziona l'interazione gravitazionale tra due oggetti estesi: consideriamo ad esempio due oggetti concentrati nello spazio a distanza grande rispetto alle loro dimensioni, come Terra-Luna, Sole-Terra ecc.: per determinare l'effetto dell'attrazione dovuta a tutti i componenti elementari del Sole, ciascuno con la propria massa, su un singolo componente elementare della Terra, dovremo applicare la legge di Newton per ciascuno dei componenti del Sole con

 $<sup>^{10}</sup>$ Si può cosiderare che per un qualunque vettore  $\vec{v}$  il suo versore è dato da  $\hat{v} = \vec{v}/v$ .

il componente della Terra che abbiamo preso in considerazione e sommare vettorialmente tutti questi contributi. Ma prima ancora di provare a fare questo calcolo, che sembra piuttosto laborioso, per quanto semplice in linea di principio, dovremmo capire cosa ce ne facciamo, ossia in che modo utilizziamo questa forza complessiva esercitata dal Sole su un singolo componente della Terra per calcolare la forza con cui il Sole attrae la Terra.

La soluzione di questa seconda parte del problema viene dall'introduzione di un punto particolare, puramente geometrico, che può essere definito secondo un algoritmo ben determinato per un qualunque sistema di oggetti materiali: questo punto prende il nome di "centro di massa" del sistema. Il centro di massa rappresenta la posizione media di tutti i componenti del sistema, ciascuno pesato con la propria massa<sup>11</sup>. L'algoritmo può essere definito sia per distribuzioni continue che per distribuzioni discrete di massa, per cui possiamo parlare di centro di massa senza nessuna particolare ipotesi sulla effettiva distribuzione, discreta o continua, delle masse dei componenti del sistema. Nel caso di un sistema rigido, nel quale le posizioni relative dei vari componenti non possono mai variare, il centro di massa mantiene sempre la stessa posizione rispetto a tutti gli altri componenti del sistema (per cui potrebbe essere identificato con un pallino rosso posizionato anch'esso rigidamente rispetto alle componenti del sistema), ma le proprietà del centro di massa non sono minimamente legate alla rigidità del sistema e sono quindi valide per qualunque sistema di oggetti materiali, arbitrariamente definito.

Una prima proprietà del centro di massa, che deriva direttamente dall'algoritmo che lo definisce, è che se consideriamo due sistemi separati e determiniamo i loro centri di massa, e vogliamo poi considerare i due sistemi come uno solo, il centro di massa del nuovo sistema si può ottenere semplicemente considerando due soli punti geometrici, posizionati sui rispettivi centri di massa, in ognuno dei quali sia concentrata tutta la massa del relativo sistema. Questa proprietà è utilissima in pratica per il calcolo dei centri di massa di sistemi complessi. Il centro di massa gode di altre proprietà, che si possono

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Per specificare matematicamente l'algoritmo con cui si calcola il centro di massa è necessario riferirsi ad un particolare sistema di riferimento, ma la posizione del centro di massa rispetto a tutti i componenti del sistema è indipendente dal riferimento scelto e le proprietà del centro di massa sono indipendenti dalla scelta del riferimento. Anzi, come è molto spesso comodo, possiamo identificare le posizioni dei diversi componenti del sistema attraverso i vettori che identificano le posizioni relative dei componenti stessi rispetto al centro di massa. In questo modo, il centro di massa individua un particolare riferimento, che è detto quindi riferimento del centro di massa.

ricavare dalle leggi della meccanica come veri e propri teoremi<sup>12</sup>. In questo ambito ci interessa il cosiddetto "primo teorema del centro di massa" che afferma che gli effetti di tutte le forze che agiscono su tutti i componenti di un sistema, hanno sul centro di massa lo stesso effetto che avrebbe la somma vettoriale di tutte queste forze applicata su una massa pari alla massa totale del sistema, posizionata nel centro di massa del sistema<sup>13</sup>.

Attraverso questo teorema e il principio di sovrapposizione, possiamo finalmente interpretare la legge di Newton nel caso dell'attrazione di due oggetti concentrati nello spazio a distanza grande rispetto alle loro dimensioni, come per esempio la Terra ed il Sole. Dobbiamo prima costruire tramite il principio di sovrapposizione la forza complessiva che il Sole esercita su ciascun componente della Terra, come rappresentato schematicamente nella figura terra.sole: poiché le dimensioni del Sole rispetto alla distanza Sole-Terra sono trascurabili, tutti i vettori delle forze saranno tra loro praticamente paralleli (molto più di quanto non appaiono in figura, dove le dimensioni della Terra e del Sole sono molto esagerate rispetto alla loro distanza) e il vettore somma sarà uguale alla somma di tutte le masse che compongono il Sole, ossia la massa del Sole, divisa per il quadrato della distanza media Sole-Terra; a questo punto, il teorema del centro di massa garantisce che l'effetto complessivo di tutte queste forze che si esercitano su tutti i componenti della Terra è quello che si avrebbe sul centro di massa se in esso fosse concentrata tutta la

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Anche in questo caso, il significato di teorema in fisica merita una precisazione: un teorema in matematica fornisce una proposizione matematica che può essere derivata secondo determinate regole a partire da ipotesi ben definite. Nell'ambito di queste regole, una volta dimostrato, un teorema non ha bisogno di ulteriori verifiche. In fisica, la proposizione che viene dimostrata dal teorema è una relazione matematica tra grandezze fisiche, mentre il ruolo delle ipotesi è svolto da leggi fisiche; anche questa relazione è soggetta a verifiche sperimentali, come tutte le leggi fisiche. Se la proposizione di un teorema è falsificata da qualche risultato sperimentale, questo non vuol dire che la dimostrazione del teorema è stata falsificata, ma piuttosto che almeno una delle leggi assunte come ipotesi deve essere considerata falsificata, quanto meno nell'ambito di applicazione della tesi del teorema.

 $<sup>^{13}</sup>$ Il teorema si basa sulla seconda legge della dinamica, che incontreremo più avanti, che dice che l'effetto di una forza su un punto materiale è di fornire al punto una accelerazione secondo la formula f=ma. Secondo il teorema del centro di massa, questo deve quindi essere accelerato secondo la formula  $F=ma_c$ , dove F è la somma vettoriale di tutte le forze che agiscono sulle componenti del sistema, mentre  $a_c$  è l'accelerazione del centro di massa. Se in un determinato esperimento l'accelerazione del pallino rosso fissato al sistema rigido esemplificato più sopra, misurata sperimentalmente, non risultasse in accordo con questa formula, dovremmo concludere che avremmo falsificato la seconda legge della dinamica.

massa della Terra; allo stesso modo possiamo considerare l'azione della Terra sul Sole: ecco quindi che, indipendentemente da come è distribuita la massa del Sole e della Terra, troviamo che la legge di Newton vale "come se" tutta la massa della Terra e del Sole fosse concentrata nei loro centri di massa.

La possibilità, offerta dal teorema del centro di massa, di descrivere il comportamento di un sistema come quello di un punto nel quale sia concentrata la massa totale del sistema è alla base di quella che viene detta approssimazione di "punto materiale": qualunque oggetto materiale può essere rappresentato come un punto materiale, considerando tutta la sua massa concentrata nel centro di massa, tutte le volte che possiamo trascurare (ossia finché non sono rilevanti per il problema che vogliamo considerare) tutti i gradi di libertà "interna" dell'oggetto, come eventuali rotazioni o movimenti relativi delle componenti dell'oggetto in questione. Notiamo che questa approssimazione non ha molto a che fare con le dimensioni effettive dell'oggetto che stiamo considerando: non è che l'approssimazione di punto materiale vale tanto più quanto più è piccolo l'oggetto materiale, come dimostra il fatto che l'abbiamo già applicata alle azioni reciproche della Terra e del Sole. Possiamo considerare come punti materiali persino due galassie, quando vogliamo studiarne la loro attrazione gravitazionale. Viceversa, se studiamo il moto di una palla da biliardo, per la quale l'evoluzione della posizione dipende anche dal suo stato di rotazione, l'approssimazione di punto materiale può essere inadeguata.

### 2.6 I campi di forze e il teorema di Gauss

Principio di sovrapposizione e teorema del centro di massa permettono dunque di dare un significato non ambiguo alla legge di Newton (e a quella di Coulomb) nel caso si consideri l'interazione tra due oggetti materiali lontani tra loro. Ma abbiamo sottolineato che l'aspetto più rilevante della legge di Newton è di unificare due concetti apparentementi così diversi come l'attrazione tra oggetti celesti e la forza peso che si manifesta sulla superficie terrestre. Nel caso dell'attrazione della Terra sulla mela, però, il principio di sovrapposizione (che funziona sempre, e dunque anche in questo caso) non sembra di grande aiuto, perché se considero la posizione della mela rispetto ai vari elementi che costituiscono la Terra, ottengo vettori molto diversi tra loro, sia per intenstità (le distanze vanno da pochi metri a migliaia di chilometri) sia per direzione (figura terra.mela).

Per il calcolo della forza risultante sulla mela, gioca un ruolo fondamentale un teorema matematico, il teorema di Gauss<sup>14</sup>, che è strettamente legato alla dipendenza della forza di Newton (come di quella di Coulomb) dall'inverso del quadrato della distanza. Il teorema di Gauss si pone nell'ambito della teoria dei campi vettoriali e la sua dimostrazione richiede il calcolo integrale in tre dimensioni, ma la sua conseguenza può essere espressa in forma molto semplice se applicato al calcolo della forza di Newton (o di Coulomb) di una distribuzione di masse (o di cariche) a simmetria sferica<sup>15</sup>: la forza che questa distribuzione di masse (o di cariche) esercita su oggetto approssimabile come un punto materiale posto ad una distanza r dal centro della simmetria sferica dipende esclusivamente dalla somma delle masse (o dalle cariche) contenute all'interno della sfera di raggio r ed è uguale a quella che eserciterebbe la stessa massa (o carica) totale se fosse posta nel centro della sfera. Quindi, avendo la Terra con buona approssimazione una simmetria sferica, la forza di Newton che essa esercita sulla mela è effettivamente

$$F \propto -\frac{Mm}{r^2};\tag{2.4}$$

dove M è la massa totale della Terra, m è la massa della mela, ed r è la distanza della mela dal centro della Terra.

Notiamo dunque che la Terra (o il Sole, o qualunque altro oggetto materiale a simmetria approssimativamente sferica) si può considerare come un punto materiale dotato di una massa pari alla sua massa totale, posizionato nel suo centro di massa (che per la stessa simmetria sferica coinciderà col centro della Terra) non solo per come risente dell'attrazione dei corpi lontani (grazie al teorema del centro di massa), ma anche per l'attrazione che esso stesso genera sui corpi vicini (grazie al teorema di Gauss). Ribadiamo che il teorema di Gauss vale esclusivamente a causa della dipendenza delle leggi delle due forze, di Newton e di Coulomb, dall'inverso del quadrato della distanza<sup>16</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Karl Friedrich Gauss, 1777-1855

 $<sup>^{15}</sup>$ La "simmetria sferica" non implica necessariamente una distribuzione uniforme su tutta una sfera: possono esservi strati concentrici con densità che cambiano con la profondità (cme è nei fatti per la Terra).

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Questo legame tra il teorema di Gauss e la dipendenza dal quadrato della distanza è facilmente comprensibile per il fatto che il teorema completo mette in relazione un integrale del vettore che rappresenta la forza, calcolato su una superficie chiusa, con la somma totale delle sorgenti della forza (cariche o masse che siano) contenute all'interno della stessa

Notiamo anche che se ci limitiamo a piccole porzioni dello spazio circostante la superficie terrestre per le quali piccole differenze nella distanza dal centro della Terra sono trascurabili rispetto al raggio terrestre, la forza di gravitazione esercitata dalla Terra sui diversi oggetti, benché dipenda dal quadrato della distanza, diventa praticamente una forza costante, quella che usualmente chiamiamo forza di gravità, che si può esprimere come il prodotto di una costante g per la massa dell'oggetto in considerazione: F=mg. Nel valore di g è ricompreso il rapporto  $M/r^2$  tra la massa della Terra e il raggio al quadrato e la costante di proporzionalità, che finora abbiamo volutamente ignorato, in quanto dipende dalla scelta delle unità di misura delle masse, delle forze e delle distanze, che non abbiamo ancora introdotto.

### 2.7 Qualche idea sulla struttura della materia

Per dar conto del fatto che, come abbiamo accennato nel primo paragrafo, tutte le forze macroscopiche che percepiamo, con l'eccezione della gravità, sono dovute alla interazione elettromagnetica, dobbiamo avere una idea dalla struttura elementare della materia a livello atomico. Per dare una spiegazione accurata e coerente del livello atomico, è necessario ricorrere alla meccanica quantistica, ma per rendersi conto delle proprietà che ci interessano, ci si può limitare alle poche conoscenze che abbiamo già ricordato: gli atomi sono costituiti da un nucleo centrale, fatti di protoni (di carica positiva) e di neutroni e quindi carico positivamente (con una carica proporzionale al numero di protoni) e di ellettroni, carichi negativamente, ma con una carica che ha esattamente lo stesso valore (e segno opposto) di quella del protone.

Che la materia fosse costituita da atomi tenuti insieme da forze di natura elettrica, era un'idea che si era affermata nell'Ottocento con il progredire delle conoscenze delle leggi della chimica e dell'elettricità: Avogadro<sup>17</sup> in partico-

superficie. Poiché l'area della superficie dipende dal quadrato delle dimensioni lineari della superficie stessa (per la sfera ad esempio è  $4\pi r^2$ ) la dimostrazione del teorema si basa sulla semplificazione esatta, su tutti i punti della superficie, tra l'area della superficie elementare ed il quadrato del raggio che compare nella forza. La cosa sorprendente è piuttosto il fatto che entrambe le interazioni rilevanti a livello macroscopico dipendono dall'inverso del quadrato della distanza, per cui per entrambe vale il teorema di Gauss. Dobbiamo anche notare che, nel caso della forza di Coulomb, si può determinare sperimentalmente questo andamento con una precisione incredibile proprio utilizzando alcune conseguenze del teorema di Gauss.

 $<sup>^{17}</sup>$ Amedeo Avogadro, 1776-1856 ...

lare aveva interpretato la legge dei volumi dei gas e la legge delle proporzioni definite in termini di numero e di massa delle singole molecole, identificando il ruolo delle molecole elementari, ossia degli atomi; Faraday<sup>18</sup>, studiando il processo dell'elettrolisi (vedi oltre), aveva ipotizzato l'esistenza di una carica elettrica fondamentale (quella che oggi sappiamo essere appunto la carica e dell'elettrone e del protone) tale che la carica di una mole<sup>19</sup> era sempre multipla di uno stesso numero estremamente grande, il numero di Avogadro, che vale circa 6 10<sup>23</sup> e che deve essere interpretato come il numero di molecole contenute in una mole<sup>20</sup>. L'evidenza sperimentale dell'esistenza degli elettroni è però dovuta a Thomson<sup>21</sup> (1897), mentre la dimostrazione che la carica del nucleo è concentrata in una regione di spazio piccola rispetto alle dimensioni atomiche è dovuta a Rutherford<sup>22</sup> (1908). Il legame tra elettroni e nucleo è evidentemente di natura elettromagnetica, ed è sostanzialmente interpretabile sulla base della natura attrattiva della forza di Coulomb per cariche di segno opposto.

Se immaginassimo di cercare di mettere insieme un atomo partendo dal nucleo e da tanti elettroni liberi e distanti da esso, i primi elettroni sarebbero attratti spontaneamente dal nucleo. Potremmo immaginare che dovrebbero orbitare tutti intorno al nucleo, per analogia con quello che succede ai pianeti attratti da Sole. Questo modello<sup>23</sup> semplicistico (effettivamente sviluppato

 $<sup>^{18}\</sup>mathrm{Michael}$  Faraday, 1791-1867...

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>Una mole è una quantità di una determinata sostanza data da tanti grammi quanto vale il suo peso molecolare, che possiamo interpretare all'incirca come il numero totale di protoni e neutroni contenuti nei nuclei degli atomi che costituiscono la molecola.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup>Poiché il nucleo dell'atomo di idrogeno è costituito da un singolo protone e la molecola di idrogeno da due atomi, una mole di idrogeno pesa due grammi e contiene 2 volte il numero di Avogadro di protoni: il numero di Avogadro è quindi dato dall'inverso della massa del protone espressa in grammi.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup>Joseph J. Thomson, 1856-1940...

 $<sup>^{22}</sup>$ Ernest Rutherford, 1871-1937...

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup>Con "modello" intendiamo, in fisica, una interpretazione di un fenomeno o di un sistema in analogia con altri sistemi noti, sulla base di similitudini tra i costituenti dei due sistemi o tra le loro interazioni, insomma tra i comportamenti sperimentalmente osservati nei due casi. Un'altra procedura di elaborazione di un modello è quella di trascurare in esso elementi anche rilevanti del sistema, al fine di darne una descrizione semplice, verificare quali proprietà ne risultano e confrontarle con le osservazioni sperimentali. In questo senso il punto materiale si può considerare un modello. A differenza di una teoria, nel modello è sempre ben chiaro che l'analogia o la semplificazione non cercano di dare una interpretazione completa del sistema, ma solo di esaminarne il comportamento "come se" le assunzioni del modello fossero valide. Lo studio della fisica sviluppa enormemente

da Rutherford) porterebbe però a conseguenze incoerenti con la stabilità del sistema atomico ed è stato del tutto soppiantato da una corretta trattazione quantistica: gli elettroni non orbitano, ma si trovano distribuiti effettivamente in una regione spaziale intorno al nucleo, che ha delle dimensioni molto maggiori del nucleo stesso (tra le dimensioni del nucleo e le dimensioni dell'atomo, ossia della zona di spazio occupata dagli elettroni, c'è circa un fattore xxx). Secondo le leggi della meccanica quantistica, ogni elettrone va ad accupare uno stato ben definito, e quando aggiungiamo un altro elettrone, questo troverà questo stato già occupato, e si andrà a collocare in uno stato diverso, per così dire "più esterno". Quando abbiamo aggiunto tanti elettroni quanti sono i protoni del nucleo, l'atomo risultante è elettricamente neutro. Se assumiamo che la distribuzione dei protoni e degli elettroni siano entrambe approssimativamente sferiche, il teorema di Gauss ci garantisce che l'atomo è complessivamente neutro, e quindi non è più in grado di attrarre altri elettroni. La struttura che abbiamo costruito è ragionevolmente stabile, nel senso che è tenuta insieme dalla forza di Coulomb (e naturalmente, per quanto riguarda i protoni nel nucleo, dalla interazione forte). Come dicevamo, questa struttura è completamente definita dalla meccanica quantistica, e tutte le proprietà chimiche di questo particolare atomo sono determinate nell'ambito di questa teoria. Ogni altro atomo costituito dallo stesso numero di protoni (e di elettroni) sarà identico e indistinguibile dagli altri: come si dice in chimica, sono tutti atomi dello stesso "elemento". La chimica degli elementi dipende esclusivamente dal numero di protoni del nucleo<sup>24</sup>.

In tutto questo discorso abbiamo sempre trascurato l'interazione gravitazionale tra elettroni e nuclei: il motivo è che, come abbiamo già ricordato per gli elettroni, anche per i nuclei l'effetto della forza di Coulomb, a parità di distanza, è estremamente più grande di quello della forza di Newton, nonostante che sia gli elettroni che i nuclei abbiano una massa diversa da zero. Se confrontiamo la forza di Newton e quella di Coulomb che si esercitano tra due protoni, per esempio, il loro rapporto è yyy. Tuttavia, una conseguenza importante del meccanismo costitutivo della materia atomica è che un atomo nel suo insieme è elettricamente neutro e quindi se consideriamo un

la capacità di elaborare modelli: questa capacità, che il fisico acquisisce durante la sua formazione, è forse la più utile e può essere utilizzata in ambiti completamente diversi, nei quali la modellizzazione è fondamentale per interpretare un fenomeno nuovo o inaspettato.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup>non dipende per esempio dal numero di neutroni, tanto che ogni elemento chimico può avere degli isotopi, ossia delle repliche con uno o più neutroni in eccesso o in difetto, che hanno lo stesso comportamento chimico dell'elemento "fondamentale".

insieme arbitrariamente grande di atomi e ci mettiamo ad una certa distanza da esso, questo eserciterà una forza di Newton corrispondente alla sua massa totale, ma praticamente nessuna forza di Coulomb, perché la carica totale è complessivamente nulla.

Dunque, ricapitolando, la interazione forte, che è la più intensa di tutte, è trascurabile per distanze superiori alla scala nucleare, mentre la interazione elettromagnetica diventa trascurabile a distanze grandi rispetto alla scala atomica. Si potrebbe concludere che la fisica macroscopica è dovuta esclusivamente alla interazione gravitazionale! In realtà, se andiamo un po' oltre nella descrizione della struttura della materia, ci renderemo conto che non è così.

Cominciamo a considerare cosa succede se due atomi si avvicinano tra loro: per prima cosa, gli elettroni risentiranno non solo la forza attrattiva del loro nucleo, ma anche la forza repulsiva degli elettroni del secondo atomo. Le due "nuvole" elettroniche tenderanno quindi a deformarsi, perdendo la loro simmetria sferica e il corollario del teorema di Gauss per distribuzioni sferiche non funzionerà più: tra i due atomi, nonostante le loro cariche totali siano nulle, si eserciteranno delle forze elettromagnetiche (forze di van der Waals<sup>25</sup>). Le conseguenze di queste forze sono descritte anch'esse dalla meccanica quantistica e spesso il risultato è la formazione di molecole: una configurazione molto semplice, per esempio, è che uno degli elettroni più esterni del primo atomo "trovi posto" in un'orbita esterna del secondo, non occupata da elettroni; in questo modo la molecola si può pensare come costituita da due atomi carichi (negativamente quello che ha acquistato un elettrone, positivamente quello che lo ha perso), che prendono il nome di ioni, e questa configurazione è particolarmente stabile, perché può essere considerata il risultato della forza attrattiva coulombiana tra lo ione positivo e quello negativo (legame ionico). Che il modello a ioni funzioni, è dimostrato dal fatto che applicando una forza esterna, per esempio un campo elettrico sufficientemente intenso da vincere l'attrazione dei due ioni carichi, gli ioni della molecola si separano, mantendo la loro carica diversa da zero (questo processo prende il nome di elettrolisi).

A seconda del loro stato di temperatura (ossia del loro stato di moto o di "agitazione termica") le molecole possono essere libere di muoversi nello spazio, ed in questo caso parliamo di gas, o si addensano in una zona di spazio, andando a riempire tutto lo spazio a disposizione e costituiscono quello che

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> Johannes D. van der Waals, 1837-1923,...

chiamiamo un liquido (per sua natura quindi incomprimibile), o ancora, se il loro stato di agitazione termica è ancora minore, possono realizzare delle strutture legate, che costituiscono ciò che chiamiamo materia solida. Una struttura solida molto regolare è quella cristallina, nella quale i vari nuclei vanno ad occupare delle posizioni definite con regolarità (ma non necessariamente con semplicità!) nello spazio e le nuvole elettroniche si distribuiscono nello spazio intermedio. Quando la materia ci appare nella forma solida, questo significa che tutti i componenti, nuclei e nuvole elettroniche, si trovano in una situazione di equilibrio, sotto l'effetto delle reciproche forze attrattive e repulsive coulombiane, negli configurazioni consentite dalle regole della meccanica quantistica. La caratteristica di una posizione di equilibrio per uno dei componenti di un sistema è che l'insieme delle forze interne, ossia quelle generate dagli altri componenti del sistema, si annulla perfettamente per questa posizione (se così non fosse, le forze del sistema spingerebbero il componente che stiamo considerando verso una posizione diversa e la posizione di partenza non sarebbe quella di equilibrio). Questa configurazione di forze a cui è soggetto il componente costituisce una forza di richiamo (discuteremo diffusamente gli effetti delle forze di richiamo nel capitolo....) perché se immaginiamo di spostare in qualche modo il componente dalla posizione di equilibrio, il sistema di forze interne tenderà a riportarlo nella posizione di partenza.

## 2.8 Le forze che percepiamo

Questa semplice rappresentazione degli stati della materia come manifestazioni di forze coulombiane tra i costituenti carichi di essa (elettroni e nuclei) è sufficiente ad interpretare tutte le forze macroscopiche che percepiamo. Se avviciniamo due porzioni macroscopiche di materia solida, per esempio le nostre mani e un qualunque oggetto solido, quando gli strati atomici più esterni dei due oggetti arrivano a distanze comparabili con quelle atomiche, le nuvole elettroniche iniziano a risentire gli effetti reciproci delle forze coulombiane, più o meno come succede per i singoli atomi. In questo caso però, poiché i due strati sono parte di una struttura solida piuttosto stabile, il risultato sarà un certa compressione degli stati più esterni, dopo la quale una ulteriore spinta della mano si ripercuoterà su tutta la struttura dell'oggetto (e reciprocamente, l'oggetto comprimerà la mano). La spinta della mano si trasmette a tutto l'oggetto, non già per interazione a distanza tra tutti gli atomi della

mano e quelli dell'oggetto, come nel caso dell'attrazione della mela da parte della Terra, ma attraverso l'azione elettromagnetica di ogni atomo su quelli vicini. Il risultato sarà però lo stesso, ossia che la spinta della mano si manifesterà alla fine come una spinta sul centro di massa dell'oggetto e questo sarà il risultato dell'interazione elettromagnetica. Un ragionamento analogo vale nel caso della trazione di una fune: in questo caso le dita, sempre attraverso gli strati atomici più esterni, comprimono una porzione della fune tirandola indietro, e questa trazione si trasmette a tutti gli atomi della sostanza di cui è fatta la fune. Se la fune è agganciata ad un oggetto all'altro estremo, la trazione della fune sarà applicata a tutto l'oggetto con meccanismi analoghi. Il risultato in questo caso è che la mano, attraverso la fune, esercita una azione "a distanza" sull'oggetto; ma questa è solo l'apparenza macroscopica: microscopicamente, è ogni singolo strato atomico della mano, della fune e dell'oggetto, ad essere sollecitato localmente dagli altri strati atomici a lui vicini, attraverso l'interazione elettromagnetica.

In realtà, sia nel caso della spinta che in quello della trazione, è sempre presente un effetto di deformazione delle distanze interatomiche: infatti per mantenere uno stato di equilibrio tra gli strati atomici in presenza della spinta esterna, sarà necessaria una forza di Coulomb un po' più intensa tra le cariche elettriche degli strati, e questo provocherà una deformazione delle dimensioni del solido. Queste deformazioni, sempre presenti, in alcuni casi possono essere appariscenti, come nelle molle o negli elastici, tanto da essere utilizzate come strumenti di misura delle forze applicate. Un tipico esempio è il dinamometro, che non è altro che una molla, montata su un regolo di misura, che modifica visibilmente la sua lunghezza se compressa o sottoposta a trazione. Interponendo un dinamometro tra la mano e l'oggetto che viene spinto, oppure agganciando un estremo del dinamometro alla fune e tirando l'altro capo con la mano, possiamo quantificare le forze di spinta o di trazione.

La reazione di un solido alla compressione, oltre a spiegare come si trasmette una spinta tra oggetti, gioca un ruolo importante anche in situazioni statiche, come per esempio quando un oggetto è posato su un altro, appoggiato a sua volta, eventualmente tramite vari strati solidi, sulla superficie terrestre. Questo è naturalmente il motivo per cui la forza peso non ci trascina all'interno della superficie del nostro pianeta! Se analizziamo in dettaglio la situazione, considerando per semplicità il nostro corpo appoggiato direttamente sulla superficie terrestre (assunta come un unico corpo rigido), visto che rimaniamo in equilibrio non sprofondando dentro la terra né librandoci in volo, dobbiamo concludere che le interazioni elettromagnetiche esercitate dagli ultimi strati atomici della superficie terrestre sugli strati atomici inferiori dei nostri piedi compensano perfettamente la forza peso con cui la Terra ci attrae. La cosa notevole è che se ora immaginiamo di caricarci di ulteriori pesi, per esempio facendo salire qualcuno sulle nostre spalle, la forza esercitata dalla superficie della Terra sulla stessa superficie dei nostri piedi è in grado di compensare una forza all'incirca doppia! Questa capacità caratteristica di un corpo rigido di reagire ad una forza di qualunque intensità costituisce quello che si chiama un vincolo: in questo caso un vincolo unilaterale, perché reagisce in una sola direzione. Un vincolo di questo tipo, costituito da una superficie di un solido immaginata perfettamente liscia, in effetti è in grado di esercitare una forza solo in direzione ortogonale alla superficie. Se però proviamo a spingere con una forza esterna un oggetto in direzione parallela alla superficie di appoggio, vediamo che il nostro tentativo incontra una certa resistenza: finché la forza con cui spingiamo non supera una certa soglia, l'oggetto non si muove. Questa altra proprietà delle superfici di esercitare una forza che si oppone anche a spostamenti paralleli alle superfici stesse è quello che chiamiamo attrito. L'attrito dipende dal grado di levigatura delle due superfici in contatto e può essere molto piccolo per superfici molto levigate, come il ghiaccio. Anche l'attrito è dovuto alle interazioni elettromagnetiche tra gli atomi dei due oggetti, che dobbiamo immaginare incastrati tra di loro nell'ipotesi che le due superfici non siano perfettamente liscie. Benché una modellizzazione completa dell'attrito sia tutt'altro che semplice (proprio a causa della difficoltà nel dare una descrizione generale di questi "incastri") possiamo immaginare che la forza che permette di vincere l'attrito sia quella che permette di rompere un certo numero di questi incastri, permettendo lo scivolamento. Notiamo anche che dopo il primo slittamento, l'attrito si riduce ma non scompare: dobbiamo quindi considerare un attrito statico e un attrito dinamico, inferiore ma sempre presente. In entrambi i casi, un ulteriore effetto dell'attrito è di aumentare l'agitazione termica degli atomi interessati: in altri termini, l'attrito provoca anche un riscaldamento degli oggetti, come abbiamo sicuramente sperimentato tutti per esempio quando una corda scorre velocemente tra la pelle delle nostre mani.

La reazione di un solido alla compressione può essere utilizzata anche per spiegare cosa succede tra le molecole di un gas e la parete del recipiente che lo contiene. In questo caso tuttavia, la forza elettromagnetica uguale e contraria che si esercita tra la molecola e la parete ha un effetto notevole sulla molecola stessa, che rimbalzerà all'indietro, ma trascurabile sulla parete, che rimarrà praticamente ferma. Però le molecole del gas sono tantissime e

l'effetto cumulato di tutti i loro urti si manifesta come una forza che si esercita sull'intera superficie della parete: l'effetto può essere quantificato dalla "pressione" ossia dalla forza per unità di superficie. Che l'effetto della pressione sia rilevante lo testimonia il fatto che tutti i motori a combustione (sia i motori a vapore che i motori a scoppio) utilizzano la spinta contro una parete (la parete del "pistone") di un gas che si espande a causa di un aumento della sua temperatura (che, ricordiamo, rappresenta l'intensità del stato di moto, ossia l'energia cinetica media, di ogni singola molecola). E visto che siamo in argomento, sia la combustione del carbone (nei motori a vapore, o a combustione esterna) sia l'esplosione della miscela di aria e carburante (nei motori a scoppio, o a combustione interna) sono reazioni chimiche in cui la struttura chimica del carburante si modifica, liberando energia. E come abbiamo detto, la chimica non è altro che una manifestazione della interazione elettromagnetica che tiene insieme (e che in questo caso modifica) i sistemi molecolari: grazie al calore sviluppato dalla stessa combustione, lo stato altrimenti stabile del combustibile si trasforma in residuo combusto, liberando energia che alla fine si ritrova come energia termica del gas che si espande.

Un altro effetto della pressione di un gas (o di un liquido) su un oggetto solido si ha quando l'oggetto si sposta nel mezzo in considerazione: in questo caso, l'effetto della pressione (che su un corpo fermo immerso nello stesso mezzo sarebbe neutralizzato esercitandosi su tutte le pareti in ogni direzione) è maggiore nella direzione opposta al moto, risultando in una forza distribuita sulla superficie frontale dell'oggetto in movimento, diretta in direzione opposta allo spostamento, che costituisce quindi una "resistenza del mezzo", per molti versi analoga ad un attrito.

#### 2.9 Azioni a distanza e azioni di contatto

Si potrebbe dedurre da quanto abbiamo visto finora che l'antico dilemma tra azioni a distanza e azioni di contatto sia definitivamente risolto a vantaggio delle prime, poiché abbiamo ridotto tutte le forze che percepiamo abitualmente come forze di contatto (spinta, attrito ecc.) a manifestazioni della interazione elettromagnetica e questa, come quella gravitazionale, sono espresse da leggi secondo le quali due masse o due cariche interagiscono "a distanza" tra loro, tanto che esse dipendono essenzialmente da questa distanza. Già Newton, che pure è il responsabile di una delle due leggi che

potremmo chiamare "dell'azione a distanza" (ed è solitamente indicato come il padre dell'idea stessa di una azione a distanza) trovava che ...

Tuttavia, la teoria della relatività ristretta, formulata da Einstein<sup>26</sup>, afferma che nessuna forma di materia, energia o informazione può viaggiare nello spazio con velocità superiore a quella della luce. Dunque neanche la forza che si esercita tra due corpi lontani può essere istantanea, ma deve essere trasportata in un tempo finito da un oggetto all'altro. Per esempio, se consiero due cariche a distanza e ad un certo istante modifico la posizione di una delle due cariche, come può la seconda carica percepire istantaneamente questa variazione? L'interpretazione delle interazioni tra oggetti della meccanica quantistica offre una traccia per la risposta a questa questione fondamentale. Come è descritta in meccanica quantistica l'interazione tra due particelle cariche? La particella carica che si sposta nello spazio genera in una regione circostante un "campo" di forze, emettendo e riassorbendo continuamente dei fotoni, i quanti, o i mediatori, del campo elettromagnetico. La particella carica viene leggermente deviata a causa di questa emissione, ma riacquista la sua direzione originale quando riassorbe il fotone. Se non ci sono altre particelle in giro, questo processo non ha nessuna conseguenza misurabile, è, come si dice, un "processo virtuale". Ma se una seconda particella carica si avvicina, può assorbire uno di questi fotoni ed essere deviata da esso; a sua volta la prima particella, che era stato deviata all'atto dell'emissione del fotone e che non lo può più riassorbire, permane in questo stato, con una direzione diversa da quella iniziale: l'apparente interazione a distanza tra le due particelle cariche è quindi mediata dai fotoni del campo elettromagnetico che trasportano il campo di forze. L'interazione tra particella e campo di forze è invece sempre locale, ossia avviene in un punto dello spazio. Notiamo che nella meccanica quantistica anche le particelle devono essere descritte in termini di campo, nel senso che il principio di indeterminazione impedisce di localizzare una particella in una particolare posizione dello spazio. La particella occupa una certa regione dello spazio che può essere indicata appunto da un "campo", ossia da una funzione della posizione nello spazio, che rappresenta la probabilità di osservare la particella in quella determinata posizione. Nella meccanica quantistica si distinguono quindi campi di materia (le particelle materiali) e campi di forza (il fotone per le interazioni elettromagnetiche). Bisogna dire in realtà che se immaginiamo che un campo di materia emette e riassorbe continuamente dei campi di forza, dobbiamo

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup>Albert Einstein, 1879-1955,...

concludere che la distinzione tra gli oggetti materiali e le loro interazioni non è molto rilevante: un oggetto materiale è sempre circondato dai suoi campi di forza e la sua natura complessiva può essere rappresentata solo considerando le sue modalità di interazione.

Dobbiamo precisare che nel mondo microscopico non sapremmo unsare altro linguaggio che quello dei "campi in interazione". Infatti, se da un lato, come già segnalato, il principio di indeterminazione ci impedisce di misurare con precisione gli effetti dell'interazione sugli spostamenti delle particelle che interagiscono, dall'altro non saremmo in grado di misurare le forze tra le particelle in nessun altro modo che attraverso l'effetto che queste forze hanno sulle variabili dinamiche che rappresentano il moto delle particelle: non esistono "dinamometri" microscopici che ci permettano di osservare le forze indipendentemente dai loro effetti sui corpi materiali. Ancora una volta vediamo che a livello microscopico siamo costretti a analizzare nel suo complesso l'interazione tra i campi, non essendo in grado di misurare separatamente né le forze, né le posizioni degli oggetti. E in fisica, il primo requisito perché una grandezza possa essere presa in considerazione è la possibilità di essere misurata<sup>27</sup>: se non abbiamo una ricetta per misurare una certa grandezza, questa non può essere oggetto della fisica!

L'interpretazione in termini di campi, che è dunque indispensabile nella descrizione degli oggetti microscopici della meccanica quantistica, può essere estesa anche alla descrizione delle interazioni elettromagnetiche e gravitazionali macroscopiche: l'interazione di due masse o due cariche a distanze macroscopiche può essere interpretata anche in questo caso come lo scambio di un campo costituito dai mediatori dell'interazione, fotoni per l'interazione elettromagnetica e gravitoni per l'interazione gravitazionale. Con l'ipotesi di un mediatore, l'interazione "a distanza" può avvenire senza violare la relatività ristretta, purché sia mediata da un campo di forze che si propaga con velocità al più uguale a quella della luce, come nel caso del campo elettromagnetico.

Ci si può domandare se questa "interpretazione" sia solo una maniera di esprimere la stessa cosa in un linguaggio diverso, o se contenga invece degli elementi in più, ossia se possa implicare effetti nuovi che siano verificabili sperimentalmente.

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup>Questo requisito è stato formalizzato per la prima volta nel 1926 da P. W. Bridgman nel suo libro "La logica della Fisica Moderna" con l'idea della definizione "operativa" di una grandezza: la definizione di una grandezza fisica non è altro che la serie di operazioni necessarie a determinarne il valore.

Formulando il problema in termini un po' diversi la questione è se l'interazione reciproca tra due oggetti distanti rappresenti una azione che richiede la presenza di entrambi gli oggetti per manifestarsi, o non debba essere interpretata come una modificazione delle proprietà dello spazio circostante provocata dalla presenza di uno solo dei due oggetti, indipendentemente dalla presenza del secondo: infatti dal punto di vista del secondo, il campo di forza locale può essere interpretato come una proprietà dello spazio associata alla posizione geometrica del secondo oggetto. Ma questa proprietà dello spazio è generata dalla presenza del primo. In questo schema, i campi materiali modificano le proprietà dello spazio e a loro volta risentono delle modifiche delle proprietà dello spazio generate da altri campi materiali.

Finché rimaniamo nel caso statico, non c'è modo di distinguere sperimentalmente tra queste due interpretazioni: devo sempre mettere una massa o una carica di prova per determinare la presenza del campo. Nel caso dinamico però la situazione è completamente diversa (ricordiamo la incompatibilità con la relatività ristretta di una trasmissione istantanea di una modifica della posizione di uno dei due oggetti). Il caso dinamico paradigmatico è la propagazione del campo elettromagnetico: le onde radio o il calore trasmesso dal Sole (che non è altro che un'onda elettromagnetica che riceviamo dal Sole) si propagano effettivamente nello spazio: la presenza del campo elettromagnetico è in questo caso verificabile sperimentalmente e, dopo l'emissione da parte del sole o dell'antenna, è indipendente da quello che succede alla sorgente. E' noto che noi continuiamo a ricevere luce e altre radiazioni da stelle che si sono già estinte e che prima di questo evento hanno emesso radiazioni che non hanno ancora avuto il tempo di arrivare fino a noi.

Può essere interessante notare che questa idea della interazione come modifica delle proprietà geometriche dello spazio è dovuta ad Einstein ed è il punto chiave della sua teoria della relatività generale. Tuttavia, mentre la propagazione delle onde elettromagnetiche è sperimentalmente dimostrata almeno a partire dalle esperienze di Hertz<sup>28</sup>, l'osservazione diretta delle onde gravitazionali non ha avuto ancora una conferma sperimentale, benché molte osservazioni indirette vadano in questa direzione.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup>F. Hertz...

## 2.10 "Vedere" il passato dell'universo

Una conseguenza affascinante della propagazione dei campi di forze ci permette di continuare ad osservare, qui e oggi, dopo 15 miliardi di anni, le immagini dell'Universo primordiale che sono state emesse all'epoca del disaccoppiamento tra radiazione e materia, ossia circa 300000 anni dopo il big bang. Queste immagini...

Per quanto paradossale questo possa sembrare, dal punto di vista fisico non c'è nessuna differenza concettuale tra questa nostra capacità di vedere il passato dell'Universo e la possibilità di vedere con i nostri occhi la faccia della persona che ci sta davanti: in entrambi i casi, si tratta di fotoni che, dopo avere interagito con l'oggetto che vogliamo "vedere", arrivano ai nostri "sensori" senza più essere sensibilmente perturbati da altri campi. Nel caso del volto, i fotoni sono quelli della luce che lo illumina e la nostra capacità di osservazione dipende dalla caratteristica delle varie superfici del volto di riflettere o assorbire questi fotoni: quelli non assorbiti, in pochi nanosecondi arrivano ai sensori costituiti dai coni e bastoncelli del nostro occhio; nel caso dell'Universo sono i fotoni, filtrati nella primissima fase di trasparenza alla luce del densissimo Universo primordiale, che raggiungono dopo un viaggio di 15 miliardi di anni dei sofisticati sensori realizzati appositamente dall'uomo.