Cognome .... **Nome** .... **N. matr.** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 14 febbraio; ◯ 17–18 febbraio; ◯ 20–21 febbraio; ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la funzione
$$f(x) = \sqrt[3]{x^3+1} + |x-2|\,,$$
studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. Risolvere nei numeri complessi l'equazione
$$z^6 + (1+2i)z^3 + i - 1 = 0\,.$$

---

3. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio
$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{\alpha x}}{(x+2\sqrt{x}+2)\sqrt{x}}\,dx\,,$$
e calcolarlo per $\alpha = 0$.

---

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin n\,\log(1+e^{2n})}{n^\alpha} \quad (\alpha \in \mathbb{R}), \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{(\sqrt{e})^{\sin x} - \cosh(\sqrt{x})}{\big[\log(1+2x)\big]^2}\,.$$

---

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie, al variare del parametro reale x:
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-2}{k^{\frac{k+1}{k}}}\,, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-2}{k^{\frac{k+1}{k}}} (\log_3 x)^k\,.$$

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome .... **Nome** .... **N. matr.** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 14 febbraio; ◯ 17–18 febbraio; ◯ 20–21 febbraio; ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la funzione
$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1} - |x + 1|\,,$$
studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. Risolvere nei numeri complessi l'equazione
$$z^6 - (2i - 1)z^3 - (1 + i) = 0\,.$$

---

3. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio
$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x + 4\sqrt{x} + 5)\,\sqrt{x}\,e^{\alpha x}}\,,$$
e calcolarlo per $\alpha = 0$.

---

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\cos n\,\log(1 + e^{3n})}{n^\alpha} \quad (\alpha \in \mathbb{R}), \qquad \lim_{x\to0^+} \frac{\cos(\sqrt{x}) + (\sqrt{e})^{\sin x} - 2}{\left[\log(1 + \sqrt{2}\,x)\right]^2}\,.$$

---

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie, al variare del parametro reale x:
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k + 3}{k^{\frac{k+2}{k}}}\,, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k + 3}{k^{\frac{k+2}{k}}} (\log_2 x)^k\,.$$

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti. Valgono anche punteggi parziali.