ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

---

1. Definizione di differenziabilità una funzione di due variabili, e sua rilevanza.

---

2. Enunciare il teorema della divergenza in due variabili, con un esempio.

---

3. Disegnare l'insieme

$$E = \big\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x \geq 0\,,\ y \geq -3\,,\ 2 \leq 2x + y \leq 4\big\}\,,$$

e scrivere una formula per calcolare

$$\iint_E f(x, y)\, dx\, dy\,,$$

valida per ogni funzione continua $f(x, y)$.

---

4. Dire se la funzione

$$f(x, y) = \frac{x^4}{(3x^2 + 2y^2)\operatorname{sen} x}$$

è prolungabile con continuità nell'origine.

ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

1. Derivata direzionale di una funzione di due variabili. Fare un esempio significativo.

2. Enunciare la formula per il calcolo di integrali doppi in coordinate polari.

3. Disegnare l'insieme

$$E = \left\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x \geq 0\,,\ y \geq 0\,,\ x^2 + y^2 \geq 1\,,\ x + y \leq 4\right\},$$

e scrivere una formula per calcolare

$$\iint_E f(x, y)\, dx\, dy\,,$$

valida per ogni funzione continua $f(x, y)$.

4. Trovare tutti gli $\alpha > 0$ tale che la successione

$$f_n(x) = \frac{n^\alpha x}{1 + n^2 x^2}$$

converga uniformemente in $\mathbf{R}$.

ANALISI MATEMATICA II PROVA DI TEORIA (6/2/2015)

ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

---

1. Convergenza puntuale e uniforme di una serie di Taylor.

---

2. Definizione e formula per il flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie.

---

3. Disegnare l'insieme

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \geq 1\,,\ 2|x| + |y| \leq 4 \right\},$$

e scrivere una formula per calcolare

$$\iint_E f(x, y)\, dx\, dy\,,$$

valida per ogni funzione continua $f(x, y)$.

---

4. Dimostrare che la funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + axy + bx + cy$$

ammette minimo assoluto in $\mathbf{R}^2$ per ogni scelta dei parametri a, b e c. Suggerimento: quanto vale la f quando x e y sono "grandi"?

ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

1. Spiegare i concetti di campo vettoriale conservativo e di campo vettoriale irrotazionale, illustrando sinteticamente le relazioni tra i due concetti.

2. Un teorema di derivazione sotto il segno di integrale.

3. Disegnare l'insieme

$$E = \left\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \geq 1\,,\ -1 \leq y \leq 4 - x^2\right\},$$

e scrivere una formula per calcolare

$$\iint_E f(x, y)\, dx\, dy\,,$$

valida per ogni funzione continua $f(x, y)$.

4. Dire se l'area della regione compresa tra il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{4 + x^2}$$

e i suoi asintoti obliqui è finita o no.

ANALISI MATEMATICA II PROVA DI TEORIA (20/2/2015)

ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

---

1. Precisare delle ipotesi sulla successione di funzioni $\{f_n(x)\}$ che permettono di concludere

$$\lim_{n\to\infty} \int_I f_n(x)\, dx = \int_I f(x)\, dx\,,$$

dove I è un intervallo.

---

2. Enunciare il teorema del differenziale totale. Se c'è tempo, dimostrarlo.

---

3. Disegnare l'insieme

$$E = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; -x+1 \le y \le -x+3\,,\; 2x \le y \le 2x+1\big\}\,,$$

e scrivere una formula per calcolare

$$\iint_E f(x,y)\, dx\, dy\,,$$

valida per ogni funzione continua $f(x,y)$.

---

4. Dimostrare che la curva $y = f(x)$, con f funzione regolare su $\mathbf{R}$, ammette sempre un punto di minima distanza dall'origine. Come si può trovare?