

Capitolo 3

Gli effetti delle forze

3.1 Aristotele o Newton?

Finora, nel descrivere gli effetti delle forze macroscopiche, abbiamo sempre parlato genericamente di attrazione o repulsione: un oggetto dotato di massa è attratto da un altro oggetto dotato di massa, un oggetto dotato di carica elettrica è attratto o respinto da un altro oggetto dotato di carica elettrica. Al più, abbiamo precisato che come risultato dell'interazione si genera una forza che spinge un oggetto in direzione dell'altro (o in direzione opposta). Dobbiamo chiederci ora qual'è l'effetto di questa spinta, quella, per esempio, dell'attrazione terrestre. Chiaramente questo effetto deve avere a che fare con lo spostamento: abbiamo già detto che nello stabilire il carattere vettoriale della forza dobbiamo rifarci alla direzione in cui si esercita, che è rappresentata dalla direzione dello spostamento.

In alcuni casi l'interpretazione più naturale sembrerebbe richiedere la presenza di una forza per ottenere uno spostamento: se applico una forza su una cassa, la cassa si mette in movimento; se interrompo la spinta, la cassa si ferma. Se applico una spinta maggiore, lo spostamento è più rapido, ossia posso ottenere uno spostamento maggiore nello stesso tempo. D'altra parte, se spingo con la stessa forza ma per un tempo più lungo, di nuovo lo spostamento è maggiore. Quindi quello che conta sembra essere il prodotto della forza per la durata della spinta: lo spostamento s è proporzionale alla forza f moltiplicata per la durata t , ossia la forza è proporzionale al rapporto tra lo spostamento e il tempo: $f \propto s/t$. Il rapporto tra lo spostamento ed il tempo impiegato, ossia la rapidità dello spostamento, è quello che anche nel

linguaggio comune si chiama velocità. La legge di proporzionalità tra forza e velocità rispetterebbe anche il requisito “geometrico” delle leggi fisiche che abbiamo registrato in precedenza, poiché a primo membro abbiamo la forza che è un vettore, mentre il secondo membro è il rapporto tra un vettore (lo spostamento) e uno scalare (il tempo) e rappresenta di nuovo un vettore (la velocità è un vettore). Questa connessione tra forza e velocità, che nel caso particolare sembra convincente, in realtà non esce indenne da una semplice analisi critica. Intanto funziona solo per l’attrito, perché se per esempio lanciamo un sasso verso l’alto, il sasso mantiene il suo stato di moto anche dopo che la spinta della mano è cessata: la sua velocità continua a ridursi man mano che il sasso sale verso l’alto, fino ad annullarsi; per un istante il sasso si ritrova fermo e poi riprende a muoversi, ma questa volta in direzione opposta, aumentando via via la sua velocità. In effetti sappiamo che è presente la forza di gravità, che è diretta verso il basso. Tuttavia, questa forza diretta verso il basso all’inizio non impedisce al sasso di continuare a salire, nonostante non ci sia più la forza di spinta della mano. Quindi la forza presente, in alcuni casi, non è nemmeno diretta come lo spostamento e di sicuro la velocità del sasso non si mantiene costante pur in presenza di una forza costante, tanto che ad un certo punto si inverte addirittura, passando da una velocità diretta verso l’alto ad una diretta verso il basso, sempre in presenza di una forza costantemente diretta verso il basso. E anche il caso dell’attrito, rianalizzato criticamente, non regge il confronto con le varie realtà sperimentali che si possono verificare: intanto se consideriamo diverse superfici di appoggio della cassa (un pavimento perfettamente liscio o l’asfalto ruvido, per esempio) vediamo che la forza necessaria per spingere la cassa alla stessa velocità è molto diversa; in effetti, abbiamo già descritto le proprietà dell’attrito, per cui è naturale pensare che forze diverse si oppongano nei vari casi alla nostra spinta. Però, se portiamo al limite la riduzione dell’attrito, per esempio provando a spostare la cassa su uno strato di ghiaccio, vediamo che non solo la forza necessaria per smuovere la cassa è molto piccola, ma che, una volta messa in moto, la cassa continuerà a muoversi anche dopo che si è staccata dalla spinta delle nostre mani, proprio come il sasso lanciato verso l’alto: in questo caso anzi, poiché la forza peso non agisce in direzione orizzontale, vediamo che in assenza di forze orizzontali (essendo cessata la nostra spinta e considerando trascurabile l’attrito residuo) la cassa si muove con velocità orizzontale pressoché costante.

Dunque, l’ipotesi che sia necessaria una forza per avere il movimento, e che quindi alla forza debba corrispondere la velocità, non supera semplici

verifiche sperimentali. Questo non impedì ad Aristotele di formularla, e grazie alla sua autorità, questa rimase l'interpretazione corrente della relazione tra forza e movimento per secoli, fino a quando gli esperimenti di Galilei sul piano inclinato non ne dimostrarono l'inconsistenza, portando Newton alla formulazione corretta, che mette in relazione la forza alla accelerazione, ossia non alla velocità, ma alla sua variazione nel tempo.

Molti a tutt'oggi sono convinti che il motivo della persistenza di questa concezione così lontana dall'evidenza sperimentale sia dovuta ad una maggiore "naturalità" della concezione aristotelica rispetto a quella newtoniana, per cui si parla spesso di fisica "spontanea", sottolineando che le difficoltà nell'insegnamento della fisica possono derivare dalla difficoltà di sradicare queste concezioni di fisica spontanea. A riprova della resistenza delle concezioni della fisica spontanea si riportano spesso i risultati di molteplici test somministrati a giovani studenti, prima e dopo la loro esposizione a corsi di fisica elementare. Con diverse variazioni, emerge che la spiegazione del lancio del sasso verso l'alto è più o meno la seguente: il lanciatore trasferisce una "spinta" al sasso; questa spinta fa salire il sasso ma si esaurisce man mano. In alcuni test si richiede di indicare il valore della forza nel punto più alto, e la risposta preferita è che in quel punto la forza è nulla, e questo anche da parte di studenti che hanno dimostrato in precedenti domande di saper scrivere l'espressione corretta della forza di gravità (che dovrebbe garantire che la forza di gravità è sempre la stessa ed è pari a mg , per tutta la durata del volo del sasso!). In realtà, in questa spiegazione quello che c'è di "sbagliato" secondo la fisica newtoniana è solo la identificazione lessicale della spinta con la forza. Come vedremo tra breve, la "spinta" della mano rappresenta il lavoro esercitato dalla sua forza che si trasferisce al sasso sotto forma di energia cinetica. E' questa energia cinetica che si esaurisce nella salita (perché la forza peso svolge un lavoro contrario), che si annulla nel punto più alto e riprende a crescere mentre il sasso scende. Poiché l'energia cinetica è proporzionale al quadrato della velocità, l'energia cinetica è positiva sia nella salita che nella discesa e si annulla nel punto più alto, insieme alla velocità. Quindi, la "spinta" coincide col lavoro della forza, e questo viene effettivamente trasferito al sasso sotto forma di energia cinetica¹. Dunque se una conclusione si deve trarre, dai risultati dei test sulla fisica spontanea, è

¹Spesso questo teorema è indicato come "teorema delle forze vive", secondo una terminologia nella quale la forza esterna, che si esaurisce nel lavoro fatto sull'oggetto, si ritrova in esso come "forza viva", ossia come energia cinetica. Come si vede da questo uso consolidato, si tratta solo di un problema lessicale.

forse quella che è più naturale una descrizione in termini di energia, piuttosto che in termini di forza², ma entrambe sono corrette nell'ambito della fisica newtoniana. Il vero motivo della formulazione aristotelica si deve quindi trovare piuttosto in una impostazione metafisica della scienza che non teneva in minimo conto il confronto critico con le evidenze sperimentali, mentre la sua persistenza nei secoli è legata al carattere dogmatico attribuito alle dottrine aristoteliche dalla chiesa cattolica per motivi evidentemente ideologici, che sarà smontato (nonostante le feroci resistenze ecclesiastiche) attraverso il metodo sperimentale di Galilei.

3.2 Un'altra legge di Newton...

Dunque abbiamo detto che l'effetto di una forza è quello di variare la velocità di un oggetto, ossia di fornire una accelerazione all'oggetto, essendo l'accelerazione il tasso di variazione della velocità nel tempo. La legge che lega la variazione della velocità alla forza è la famosissima equazione $f = ma$, anche questa nota come legge di Newton. Ma avendone già incontrata una, di legge di Newton, questa solitamente è detta "secondo principio della dinamica", il che suggerisce che ce ne debba essere anche un primo! Il primo in effetti è dovuto a Galileo e dice che, in assenza di forze, un oggetto materiale mantiene una velocità costante, e può sembrare un caso particolare del secondo, poiché se pongo $f = 0$ nella formula, essendo m diverso da zero, deve essere necessariamente $a = 0$, per cui in assenza di forze (di qualunque forza, includendo attriti vari, vincoli etc.) non c'è accelerazione e la velocità si mantiene costante. In realtà, se effettivamente come legge il primo principio è un caso particolare del secondo, come principio ha invece una piena autonomia, potendosi far discendere, come vedremo, da proprietà generali dello spazio. Certo, facendolo discendere da altre cose, può venire un legittimo dubbio sulla numerazione: spesso, come vedremo, si parla infatti anche di un "principio zero". Ma come già detto, alla fine non è la numerazione dei principi che conta, ma le loro basi sperimentali, sulle quali c'è molta meno ambiguità.

Per imparare ad usare questo secondo principio, dovremo affinare i nostri strumenti matematici, cosa che faremo in un prossimo paragrafo. Però possiamo invece citare subito due teoremi, entrambi conseguenze (nel soli-

²Chi scrive è abbastanza convinto che questo sia il caso, come si vedrà dal seguito di questo testo.

to senso fisico) del secondo principio, che permettono di collegare gli effetti complessivi dell'applicazione delle forze rispettivamente per un certo intervallo di tempo, o per un certo spazio percorso. Sono, possiamo dire, effetti integrali della forza, mentre la variazione della velocità è un effetto istantaneo: in effetti, le operazioni matematiche necessarie per calcolare gli effetti istantanei o integrali delle forze sono rispettivamente l'integrazione e la derivazione delle funzioni. Però la formulazione di questi due teoremi non richiede formulazioni "analitiche" (nel senso dell'analisi matematica, vedi oltre) nel caso particolare che la forza sia costante e il moto sia rettilineo, nella stessa direzione della forza.

3.3 ... e due suoi teoremi

Il primo teorema è il "teorema dell'impulso", che risponde alla domanda: qual'è l'effetto di una forza che agisce su un oggetto materiale per un certo intervallo di tempo? Questa forza deve essere la sola che agisce sull'oggetto o, se necessario, deve essere la somma di tutte le forze che agiscono sull'oggetto. Il teorema lega l'impulso di una forza, che nel nostro caso semplice di una forza costante nella direzione del moto è il prodotto della forza per il tempo durante il quale questa viene applicata, alla variazione della quantità di moto, che è il prodotto della massa dell'oggetto materiale per la sua velocità: in formula, $f(t_2 - t_1) = q_2 - q_1 = mv_2 - mv_1$, dove gli indici individuano i valori delle grandezze all'inizio e alla fine dell'intervallo di tempo, e $q = mv$ è il simbolo con cui si indica solitamente la quantità di moto. Introducendo il simbolo Δ per indicare le variazioni di una grandezza (per esempio $\Delta t = t_2 - t_1$) il teorema dell'impulso si può scrivere semplicemente $f\Delta t = \Delta q$.

Al secondo teorema abbiamo già accennato: è il "teorema dell'energia cinetica", o "teorema delle forze vive" e risponde alla domanda: qual è l'effetto di una forza (con le stesse precisazioni di prima) che agisce su un oggetto materiale lungo un certo percorso? Sempre nel caso semplice di una forza costante, applicata su un percorso rettilineo e diretta sempre nella direzione del percorso, il teorema dice che $f\Delta x = \Delta T = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$, dove $\Delta T = 1/2mv^2$ è detta energia cinetica.

Proviamo ad applicare le formule ad un caso concreto: supponiamo di avere un oggetto materiale fermo, soggetto alla forza peso ma trattenuto dalla nostra mano. In queste condizioni, la forza della nostra mano (che costituisce un vincolo) compensa esattamente la forza peso, e l'oggetto non si muove.

Nessuna forza esercita un impulso o compie del lavoro sull'oggetto. Finché questo è fermo, la sua quantità di moto e la sua energia cinetica saranno nulle, come la sua velocità. Ora lasciamolo andare: sotto l'effetto della forza peso mg , dopo un tempo t acquisterà per il teorema dell'impulso una quantità di moto pari a $mg t$, per cui $mv = mg t$, e semplificando la massa, avremo $v = gt$. Al tempo stesso, avrà percorso una distanza pari all'altezza da cui cade, che possiamo indicare con h : applicando il teorema dell'energia cinetica, avremo $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ che semplificando di nuovo la massa diventa $gh = \frac{1}{2}v^2$

Sostituendo in quest'ultima relazione l'espressione della velocità che abbiamo ricavato dal teorema dell'impulso, abbiamo $gh = \frac{1}{2}(gt)^2$ da cui $h = \frac{1}{2}gt^2$.

In questi pochi passaggi abbiamo già ricavato quasi tutto quello che si può dire sulla forza di gravità: l'effetto della forza di gravità è di far variare la velocità rispetto al tempo con un tasso pari a $g = v/t$, che rappresenta quindi un'accelerazione (una variazione di velocità in un intervallo di tempo), detta quindi "accelerazione di gravità". L'accelerazione di gravità è la stessa per tutti gli oggetti materiali (non dipende dalla loro massa, a causa della semplificazione che abbiamo potuto fare e su cui dovremo tornare). L'energia cinetica acquistata dall'oggetto che cade è uguale a mgh , e cresce quindi proporzionalmente all'altezza della caduta. La distanza percorsa cresce come il quadrato della durata della caduta, mentre la velocità dell'oggetto cresce proporzionalmente alla durata. Queste relazioni tra l'accelerazione, la velocità ed il cammino percorso che abbiamo ricavato per la "caduta di un grave", ossia per la caduta di un corpo sotto l'effetto della gravità, dipendono solo dal fatto che la accelerazione è costante, e sono quindi una caratteristica di quello che si chiama "moto uniformemente accelerato": nel moto di un oggetto che parte da fermo con accelerazione costante a , la velocità in funzione del tempo è data da $v = at$ e lo spazio percorso è dato da $x = \frac{1}{2}at^2$.

Come vedremo presto, nel caso generale l'impulso ed il lavoro di una forza sono entrambi espressi da integrali matematici; inoltre il teorema dell'impulso esprime una relazione vettoriale (ossia riguarda l'intensità e la direzione della quantità di moto, che è quella della velocità) mentre il teorema dell'energia cinetica è una relazione scalare, ossia riguarda il modulo della velocità: l'energia cinetica è infatti una quantità scalare, proporzionale al quadrato della velocità, ma indipendente dalla sua direzione.