

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

17–19 gennaio;       24–26 gennaio;       29–30 gennaio;       in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = x - 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{1 + \sin x}{\cos x} \right),$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, limiti significativi, asintoti, insiemi di continuità e di derivabilità, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2. Trovare tutti i numeri complessi  $z$  e  $w$  che verificano

$$3|z|^2 - |\bar{z} - 1| + 2\operatorname{Re} z = 4i, \quad iw^3 \in \mathbb{R}.$$

3. Calcolare

$$\int \operatorname{arctg}(3\sqrt{x} + 1) dx$$

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} |\sin x|^{3x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(x^2 + \cos x)}{x^\alpha} \quad (\alpha > 0), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left[ \left( 1 + \sin \frac{1}{x^2} \right)^{2x^2} - e^2 \right].$$

5. Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , studiare la continuità e la derivabilità in  $x = 0$  della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(1 - \cos x)^\alpha}{\log |x|} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

**Punteggi:** **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 8 punti; **5:** 6 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

17–19 gennaio;       24–26 gennaio;       29–30 gennaio;       in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left( \frac{\cos x}{1 - \sin x} \right) - \frac{x}{2},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, limiti significativi, asintoti, insiemi di continuità e di derivabilità, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2. Trovare tutti i numeri complessi  $z$  e  $w$  che verificano

$$|\bar{z} - 2| - |z|^2 - 2\operatorname{Im} z = 3i, \quad \frac{w^3}{i} \in \mathbb{R}.$$

3. Calcolare

$$\int \operatorname{arctg}(4\sqrt{x} - 1) dx$$

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} |\cos x|^{2x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(x + \cos x)}{x^\alpha} \quad (\alpha > 0), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^3) - (\sin x)^3}{(\cos(x^3) - (\cos x)^3)x^\beta} \quad (\beta \in \mathbb{R}).$$

5. Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , studiare la continuità e la derivabilità in  $x = 0$  della funzione

$$f(x) = \begin{cases} (\log(1 + 3|x|))^\alpha \log(x^4) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

**Punteggi:** **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 8 punti; **5:** 6 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti. Valgono anche punteggi parziali.