

Cognome e nome ..... N. matricola .....

## ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1} (\ln x)^n,$$

e calcolarne la somma.

2. Dire per quali valori del parametro reale  $\alpha$  il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{1 - x^2 y^2}{(1 + x^2 y^2)^2}, \frac{\alpha x^3 y}{(1 + x^2 y^2)^2} \right)$$

è conservativo nel suo dominio, e, per tale valore di  $\alpha$ , calcolarne il lavoro compiuto lungo la curva di equazione  $y = 3x^2 + x$ ,  $0 \leq x \leq 2$ .

3. Calcolare l'area della parte del paraboloido  $z = 2x^2 + 2y^2$  la cui proiezione ortogonale sul piano  $xy$  è la corona  $C = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

4. Calcolare la posizione del baricentro della regione piana

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq -1 \right\}.$$

5. Disegnare la curva piana  $\gamma$  di equazione polare

$$\rho = \frac{2}{\theta}, \quad \theta \in [\pi, 2\pi],$$

calcolarne il versore tangente nel punto intersezione di  $\gamma$  con l'asse  $y$ , e infine calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} \frac{ds}{x^2 + y^2}.$$

6. Calcolare il momento d'inerzia rispetto all'origine del cerchio

$$C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$$

mediante un opportuno integrale curvilineo (si supponga  $C$  di densità superficiale costante e unitaria).

Cognome e nome ..... N. matricola .....

## ISTRUZIONI

1. **Svolgere 5 dei seguenti 6 esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1} \frac{1}{x^n},$$

e calcolarne la somma.

2. Dire per quali valori del parametro reale  $\alpha$  il campo vettoriale piano

$$\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{\alpha xy^3}{(x^2y^2 + 1)^2}, \frac{x^2y^2 - 1}{(x^2y^2 + 1)^2} \right)$$

è conservativo nel suo dominio, e, per tale valore di  $\alpha$ , calcolarne il lavoro compiuto lungo la curva di equazione  $y = x^2 - 3x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

3. Calcolare l'area della parte del paraboloido  $z = -x^2 - y^2$  la cui proiezione ortogonale sul piano  $xy$  è la corona  $C = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ .

4. Calcolare la posizione del baricentro della regione piana

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \leq \frac{1}{2} \right\}.$$

5. Disegnare la curva piana  $\gamma$  di equazione polare

$$\rho = \frac{1}{\theta}, \quad \theta \in \left[ \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \right],$$

calcolarne il versore tangente nel punto intersezione di  $\gamma$  con l'asse  $x$ , e infine calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} \frac{ds}{x^2 + y^2}.$$

6. Calcolare il momento d'inerzia rispetto all'origine del cerchio

$$C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$$

mediante un opportuno integrale curvilineo (si supponga  $C$  di densità superficiale costante e unitaria).