UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA ”LA SAPIENZA”

- 8. Equazioni differenziali -

CTF

Matematica - Seconda Parte

Codice Compito: - Numero d’Ordine

D. 1 Una funzione y e’ tale che $1+y^2=-e^{-x}\cdot y'$. Essa inoltre vale 1 quando x = 0. Tale funzione e’

- **1A** $tan(-e^x+\pi/4+1)$ **Risposta esatta.**
- **1B** $\sqrt{lnx+1}$
- **1C** $arcotan(-e^x+1)$
- **1D** $ln\sqrt{e^x}$
- **1E** x^3+x+1

D. 2 La soluzione dell’equazione differenziale $2y'=2xe^{-2y}+e^{-2y}$, sapendo che y = 0 quando x = 0, e’

- **2A** $y=\frac{1}{2}ln(x^2+2x)$
- **2B** y = ln(x + 1) **Risposta esatta.**
- **2C** y = 2x + 2
- **2D** $y=(x^2+2x)e^{-2y}$
- **2E** $y=e^{x+1}$

D. 3 Una funzione y tale che: xy = y’, e inoltre valga 1 quando x = 0 e’ y =

- **3A** $\frac{1}{2}x^2+1$
- **3B** lnx^2
- **3C** $e^{\frac{1}{2}x^2}$ **Risposta esatta.**
- **3D** $\sqrt{x^2+1}$
- **3E** 1

D. 4 Una funzione f(x) che soddisfa l’equazione differenziale f”(x) = -5f(x) e’

- **4A** e^{5x}
- **4B** $5sinx$
- **4C** $\sqrt{5}sinx$
- **4D** $e^{\sqrt{5}x}$
- **4E** $sin\sqrt{5}x$ **Risposta esatta.**

D. 5 Una funzione f(x) che soddisfa l’equazione differenziale f”(x) = 3f(x) e’

- **5A** $3e^x$
- **5B** $3cosx$
- **5C** $cos\sqrt{3}x$ **Risposta esatta.**
- **5D** $e^{\sqrt{3}x}$
- **5E** $\sqrt{3}e^x$

D. 6 Quale dei seguenti e’ un differenziale totale esatto?

- **6A** df = (2x + 5y)dx + (5x + 2y)dy **Risposta esatta.**
- **6B** df = (2x + 5y)dx + (2x + 5y)dy
- **6C** df = (5xy)dx + (5xy)dy
- **6D** df = (5x + 2y)dx + (2x + 5y)
- **6E** df = (2x + 5)dx + (5x + 2)dy

D. 7 Quale dei seguenti e’ un differenziale totale esatto?

- **7A** df = (4x + 3y)dx + (3x + 4y)dy **Risposta esatta.**
- **7B** df = (4x + 3y)dx + (4x + 3y)dy
- **7C** df = (3xy)dx + (3xy)dy
- **7D** df = (3x + 4y)dx + (4x + 3y)
- **7E** df = (4x + 3)dx + (3x + 4)dy

D. 8 Quale dei seguenti e’ un differenziale totale esatto?

- **8A** df = (8x + y)dx + (x + 8y)dy **Risposta esatta.**
- **8B** df = (8x + y)dx + (8x + y)dy
- **8C** df = (xy)dx + (xy)dy
- **8D** df = (x + 8y)dx + (8x + y)
- **8E** df = (8x + 1)dx + (x + 8)dy

D. 9 Quale dei seguenti e’ un differenziale totale esatto?

- **9A** df = (7x + 4y)dx + (4x + 7y)dy **Risposta esatta.**
- **9B** df = (7x + 4y)dx + (7x + 4y)dy
- **9C** df = (4xy)dx + (4xy)dy
- **9D** df = (4x + 7y)dx + (7x + 4y)
- **9E** df = (7x + 4)dx + (4x + 7)dy

D. 10 La concentrazione di un farmaco nel sangue diminuisce nell’unita’ di tempo del 4%. Si supponga uguale a 1 la concentrazione iniziale al tempo t = 0. La funzione che descrive l’andamento della concentrazione e’

- **10A** $C(t)=0,96^t$ **Risposta esatta.**
- **10B** $C(t)=(1,04)^t$
- **10C** $C(t)=e^{-0,06t}$
- **10D** $C(t)=e^{-1,04t}$
- **10E** $C(t)=(-0,04)^t$

D. 11 La concentrazione di un farmaco nel sangue diminuisce nell’unita’ di tempo del 2%. Si supponga uguale a 1 la concentrazione iniziale al tempo t = 0. La funzione che descrive l’andamento della concentrazione e’

- **11A** $C(t)=e^{-0,02t}$ **Risposta esatta.**
- **11B** $C(t)=(1,02)^t$
- **11C** $C(t)=e^{-0,98t}$
- **11D** $C(t)=e^{-1,02t}$
- **11E** $C(t)=(-0,02)^t$

D. 12 La concentrazione di un farmaco nel sangue diminuisce nell’unita’ di tempo del 2%. Si supponga uguale a 1 la concentrazione iniziale al tempo t = 0. La funzione che descrive l’andamento della concentrazione e’

12A $C(t) = 0,98^t$ **Risposta esatta.**

12B $C(t) = (1,02)^t$

12C $C(t) = e^{-0,98t}$

12D $C(t) = e^{-1,02t}$

12E $C(t) = (-0,02)^t$

D. 13 La concentrazione di un farmaco nel sangue diminuisce nell'unita' di tempo del 6%. Si supponga uguale a 1 la concentrazione iniziale al tempo t = 0. La funzione che descrive l'andamento della concentrazione e'

13A $C(t) = e^{-0,06t}$ **Risposta esatta.**

13B $C(t) = (1,06)^t$

13C $C(t) = e^{-0,94t}$

13D $C(t) = e^{-1,06t}$

13E $C(t) = (-0,06)^t$

D. 14 La concentrazione di un farmaco nel sangue diminuisce nell'unita' di tempo del 6%. Si supponga uguale a 1 la concentrazione iniziale al tempo t = 0. La funzione che descrive l'andamento della concentrazione e'

14A $C(t) = (0,94)^t$ **Risposta esatta.**

14B $C(t) = (1,06)^t$

14C $C(t) = e^{-0,94t}$

14D $C(t) = e^{-1,06t}$

14E $C(t) = (-0,06)^t$

D. 15 Per quale delle seguenti funzioni y vale y" = -9 y ?

15A $y = 3e^x$

15B $y = -9e^x$

15C $y = sen3x$ **Risposta esatta.**

15D $y = -9senx$

15E $y = -4,5x^2$

D. 16 Una funzione y e' tale che $x(2y-3) = (x^2+1)y'$, inoltre y(0) = 2. La funzione e'

16A $y = 2/(x^2+1)$

16B $y = (x^2+4)/2$ **Risposta esatta.**

16C $y = \sqrt{x^2+1}$

16D $y = ln(x^2+1)$

16E $y = e^{(x^2+1)}$

D. 17 La soluzione dell'equazione differenziale $2y' = e^{-2y}(2x+1)$, sapendo che y = 0 quando x = 0, e' y =

17A $\frac{x^2+x}{2}$

17B $e^{\sqrt{x^2+x+1}}$

17C $\sqrt{x^2+x}$

17D $ln(x^2+x+1)$

17E $ln\sqrt{x^2+x+1}$ **Risposta esatta.**

D. 18 Una molla e' appesa ad un sostegno. All'altro estremo vi e' una massa M = 2kg. Da tale posizione la massa e' tirata verso il basso per 0,2 m e poi lasciata (velocita' iniziale v = 0). La funzione s(t), che descrive l'allungamento della molla nel tempo, verifica l'equazione differenziale s"(t) = -(D/M) s(t). Sia D (elasticita' della molla) 8 N/m. La soluzione dell'equazione differenziale e'

18A 0,2 cos 2t **Risposta esatta.**

18B 0,1 sen 2t

18C 0,2(sen2t + cos2t)

18D 0,2 cos t

18E 0,1 sent

D. 19 Una molla e' appesa ad un sostegno. All'altro estremo vi e' una massa M = 2kg. Da tale posizione la massa e' tirata verso il basso per 0,2 m e poi lasciata (velocita' iniziale v = 0). La funzione s(t), che descrive l'allungamento della molla nel tempo, verifica l'equazione differenziale s"(t) = -(D/M) s(t). Sia D (elasticita' della molla) 2 N/m. La soluzione dell'equazione differenziale e'

19A 0,1 sen 2t

19B 0,2 cos t **Risposta esatta.**

19C 0,2(sen2t + cos2t)

19D 0,2 cos 2t

19E 0,1 sent

D. 20 Una molla e' appesa ad un sostegno. All'altro estremo vi e' una massa M = 2kg. Da tale posizione la massa e' tirata verso il basso per 0,1 m e poi lasciata (velocita' iniziale v = 0). La funzione s(t), che descrive l'allungamento della molla nel tempo, verifica l'equazione differenziale s"(t) = -(D/M) s(t). Sia D (elasticita' della molla) 8 N/m. La soluzione dell'equazione differenziale e'

20A 0,1 sen 2t

20B 0,2(sen2t + cos2t)

20C 0,1 cos 2t **Risposta esatta.**

20D 0,2 cos t

20E 0,1 sent

D. 21 Una molla e' appesa ad un sostegno. All'altro estremo vi e' una massa M = 1kg. Da tale posizione (s = 0) la massa viene spinta verso il basso con velocita' iniziale v = 0,2 m/s. La funzione s(t), che descrive l'allungamento della molla nel tempo, verifica l'equazione differenziale s"(t) = -(D/M) s(t). Sia D (elasticita' della molla) 4 N/m. La soluzione dell'equazione differenziale e'

21A 0,1 cos 2t

21B 0,2(sen2t + cos2t)

21C cos t

21D 0,1 sen 2t **Risposta esatta.**

21E 0,1 sent

D. 22 Una molla e' appesa ad un sostegno. All'altro estremo vi e' una massa M = 1kg. Da tale posizione (s = 0) la massa viene spinta verso il basso con velocita' iniziale v = 0,2 m/s. La funzione s(t), che descrive l'allungamento della molla nel tempo, verifica l'equazione differenziale s"(t) = -(D/M) s(t). Sia D (elasticita' della molla) 1 N/m. La soluzione dell'equazione differenziale e'

22A 0,2 sen t **Risposta esatta.**

22B 0,1 sen t

22C 0,2(sen2t + cos2t)

22D cos 2t

22E 0,2 cos t

D. 23 Una funzione y=f(x) tale che $x(2y-3) = (-x^2+1)y'$

23A e' una funzione polinomiale fratta **Risposta esatta.**

23B contiene la funzione arcotangente

23C contiene la funzione logaritmo naturale

23D contiene la funzione esponenziale

23E contiene la funzione radice

D. 24 Una funzione y=f(x) tale che $x(\frac{1}{2}y-2) = (x^2+1)y'$

24A contiene la funzione arcotangente

24B e' una funzione polinomiale

24C e' una funzione polinomiale fratta

24D contiene la funzione esponenziale

24E contiene la funzione radice **Risposta esatta.**

D. 25 Una funzione y=f(x) tale che $(y+3) = (x^2-2)y'$

25A contiene la funzione arcotangente

25B e' una funzione polinomiale fratta

25C contiene la funzione radice **Risposta esatta.**

25D contiene la funzione esponenziale

25E e' una funzione polinomiale

D. 26 Una funzione y = f(x) tale che $4(y-2) = (1+x^2)y'$

26A contiene la funzione radice

26B e' una funzione polinomiale fratta

26C contiene la funzione logaritmo naturale

26D e' una funzione polinomiale

26E contiene la funzione arcotangente **Risposta esatta.**

D. 27 Si consideri la soluzione dell'equazione differenziale $\sqrt{2y} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$ che passa per l'origine. Che valore assume per x = 9?

27A 0

27B 4,5 **Risposta esatta.**

27C 9

27D $\sqrt{27}$

27E non c'e' soluzione reale

D. 28 Una funzione y = f(x) tale che: dy/dx = 3y e'

28A y = (ln x)/3

28B y = 3x

28C $y = \sqrt[3]{lnx}$

28D $y = 4e^{3x}$ **Risposta esatta.**

28E $y = 3e^{2x}$

D. 29 Una funzione y = f(x) tale che: dy/dx = 2y e'

29A y = (ln x)/2

29B y = 2x

29C $y = \sqrt{lnx}$

29D $y = 4e^{3x}$

29E $y = 3e^{2x}$ **Risposta esatta.**

D. 30 E' data l'equazione differenziale y" + 3y' - 4y = 0, con le condizioni iniziali y(0) =1 e y'(0) = 0. La sua soluzione e'

30A $y = (2/5)e^{-3x} + (3/5)e^{2x}$

30B $y = 2e^{-4x} + 3e^{x}$

30C $y = (4/5)e^{x} + (1/5)e^{-4x}$ **Risposta esatta.**

30D $y = (4/5)e^{x} + 1/5$

30E $y = 4e^{2x} + 1$

D. 31 E' data l'equazione differenziale y" - 5y' + 4y = 0, con le condizioni iniziali y(0) =1 e y'(0) = 0. La sua soluzione e'

31A $y = (2/3)e^{-3x} + e^{2x}$

31B $y = (4/3)e^{x} - (1/3)e^{4x}$ **Risposta esatta.**

31C $y = -2e^{x} + 3e^{4x}$

31D $y = -2e^{x} + 3$

31E $y = 4e^{2}x + 1$

D. 32 E' data l'equazione differenziale y" + y' - 12y = 0, con le condizioni iniziali y(0) =1 e y'(0) = 0. La sua soluzione e'

32A $y = (4/7)e^{3x} + (3/7)e^{-4x}$ **Risposta esatta.**

32B $y = -2e^{x} + 3e^{4x}$

32C $y = -2e^{x} + 3$

32D $y = 4e^{2x} + 3$

32E $y = (4/3)e^{x} - (1/3)e^{4x}$

D. 33 E' data l'equazione differenziale y" - 5y' + 6y = 0, con le condizioni iniziali y(0) =1 e y'(0) = 0. La sua soluzione e'

33A $y = (2/5)e^{-3x} + (3/5)e^{2x}$

33B $y = -2e^{x} + 3$

33C $y = 4e^{2x} + 1$

33D $y = (4/5)e^{x} + (1/5)e^{-4x}$

33E $y = -2e^{3x} + 3e^{2x}$ **Risposta esatta.**

D. 34 E' data l'equazione differenziale y" + 5y' + 4y = 0, con le condizioni iniziali y(0) =1 e y'(0) = 0. La sua soluzione e'

34A $y = (4/7)e^{3x} + (3/7)e^{-4x}$

34B $y = (4/3)e^{-x} - (1/3)e^{-4x}$ **Risposta esatta.**

34C $y = -2e^{x} + 3e^{4x}$

34D $y = -2e^{-x} + 3$

34E $y = 4e^{2x} + 3$

D. 35 Una funzione y=f(x) tale che $x(2y-2) = (x^2+1)y'$

35A e' una funzione polinomiale **Risposta esatta.**

35B contiene la funzione arcotangente

35C contiene la funzione logaritmo naturale

35D contiene la funzione esponenziale

35E contiene la funzione radice

D. 36 Una funzione y=f(x) tale che $(y+3) = (x^2 - 1/4)y'$

36A contiene la funzione arcotangente

36B e' una funzione fratta **Risposta esatta.**

36C contiene la funzione radice

36D contiene la funzione esponenziale

36E e' una funzione polinomiale

D. 37 Una funzione y = f(x) tale che $4(y-2) = (1+x^2)y'$

37A contiene la funzione radice

37B e' una funzione polinomiale fratta

37C contiene la funzione logaritmo naturale

37D contiene la funzione arcotangente **Risposta esatta.**

37E e' una funzione polinomiale

D. 38 Una funzione y = f(x) tale che 3y' = (4x+1)(3y+5)

38A contiene la funzione esponenziale **Risposta esatta.**

38B contiene la funzione radice

38C e' una funzione fratta

38D contiene la funzione logaritmo naturale

38E e' una funzione polinomiale

D. 39 Una funzione y tale che y' = (1/2) y e'

39A y = (1/2) x

39B $y = x^{\frac{1}{2}}$

39C y = 1/2

39D $y = (1/2)e^x$

39E $y = 2e^{x/2}$ **Risposta esatta.**

D. 40 Una funzione y tale che y" = -9 y e'

40A $y = x^{-9}$

40B $y = -9e^x$

40C $y = 9sinx$

40D $y = sin3x$ **Risposta esatta.**

40E $y = -4,5x^2$

D. 41 Una funzione y tale che $y' = \frac{1}{2}y + 2$ e'

41A $y = t^{\frac{1}{2}} + 2t$

41B $y = e^{\frac{1}{2}t} + 2t$

41C $y = -4 - e^{\frac{1}{2}t}$ **Risposta esatta.**

41D $y = -1 + e^{-t/2}$

41E $y = t^2 + \frac{1}{2}$

D. 42 Una funzione y tale che $y' = \frac{1}{3}y + 3$ e'

42A $y = t^{\frac{1}{3}} + 3t$

42B $y = e^{\frac{1}{3}t} + 3t$

42C $y = -9 + 2e^{\frac{1}{3}t}$ **Risposta esatta.**

42D $y = -1 - e^{-t/3}$

42E $y = t^3 + \frac{1}{3}$

D. 43 Una funzione y tale che $y' = 2y + \frac{1}{2}$ e'

43A $y = t^2 + 2t$

43B $y = e^{\frac{1}{2}t} + 2t$

43C $y = -1 + e^{-2t}$

43D $y = -1/4 - e^{2t}$ **Risposta esatta.**

43E $y = t^2 + \frac{1}{2}$

D. 44 Una funzione y tale che $y' = 3y + \frac{1}{3}$ e'

44A $y = t^3 + 3t$

44B $y = -1/9 - e^{3t}$ **Risposta esatta.**

44C $y = e^{\frac{1}{3}t} + 3t$

44D $y = -1 + e^{-3t}$

44E $y = t^3 + \frac{1}{3}$

D. 45 Ad un paziente vengono somministrati 4 mg di un certo farmaco. Il tasso di smaltimento del farmaco e' dell' 80% al giorno. Dopo il primo giorno, viene giornalmente somministrata una nuova dose Q = 2 mg. La funzione che descrive lo smaltimento del farmaco nel tempo ha un andamento

45A crescente e tendente all'asintoto orizzontale y = 2,5

45B decrescente e tendente all'asintoto orizzontale y = 2,5 **Risposta esatta.**

45C crescente, che si allontana dall'asintoto orizzontale y = 2,5

45D decrescente, che si allontana dall'asintoto orizzontale y = 2,5

45E costante

D. 46 Ad un paziente vengono somministrati 2 mg di un certo farmaco. Il tasso di smaltimento del farmaco e' del 90% al giorno. Dopo il primo giorno, viene giornalmente somministrata una nuova dose Q = 3 mg. La funzione che descrive lo smaltimento del farmaco nel tempo ha un andamento

46A crescente e tendente all'asintoto orizzontale y = 3,3 **Risposta esatta.**

46B decrescente e tendente all'asintoto orizzontale y = 3,3

46C crescente, che si allontana dall'asintoto orizzontale y = 3,3

46D decrescente, che si allontana dall'asintoto orizzontale y = 3,3

46E costante

D. 47 In un lago di pesca sportiva vi sono inizialmente 800 kg di pesci. Tali pesci si riproducono ad un tasso del 6 % alla settimana. Ogni settimana vengono pescati 60 kg di pesce. La funzione che descrive l'andamento della quantita' di pesce nel tempo La funzione che descrive lo smaltimento del farmaco ha un andamento

47A crescente e tendente all'asintoto orizzontale y = 1000

47B decrescente e tendente all'asintoto orizzontale y = 1000

47C crescente, che si allontana dall'asintoto orizzontale y = 1000

47D decrescente, che si allontana dall'asintoto orizzontale y = 1000 **Risposta esatta.**

47E costante

D. 48 In un lago di pesca sportiva vi sono inizialmente 1200 kg di pesci. Tali pesci si riproducono ad un tasso del 4 % alla settimana. Ogni settimana vengono pescati 40 kg di pesce. La funzione che descrive l'andamento della quantita' di pesce nel tempo La funzione che descrive lo smaltimento del farmaco ha un andamento

48A crescente e tendente all'asintoto orizzontale y = 1000

48B decrescente e tendente all'asintoto orizzontale y = 1000

48C crescente, che si allontana dall'asintoto orizzontale y = 1000 **Risposta esatta.**

48D decrescente, che si allontana dall'asintoto orizzontale y = 1000

48E costante

D. 49 Gli individui di una colonia di moscerini aumentano in un giorno di una percentuale k rispetto al giorno precedente. All'inizio dell'osservazione ci sono circa 90 moscerini. al termine del quarto giorno 400. Quanti sono dopo un giorno?

49A circa 170

49B circa 200

49C circa 50

49D circa 130 **Risposta esatta.**

49E circa150

D. 50 Gli individui di una colonia di moscerini aumentano in un giorno di una percentuale k rispetto al giorno precedente. All'inizio dell'osservazione ci sono circa 130 moscerini. al termine del quarto giorno 400. Quanti sono dopo un giorno?

50A circa 170 **Risposta esatta.**

50B circa 200

50C circa 50

50D circa 130

50E circa150

D. 51 Un'equazione differenziale ha come soluzione una funzione dotata di due valori di stabilità (asintoti orizzontali). Tale equazione e' del tipo

51A y' = ay

51B y' = ay + b

51C y" = -ay

51D y' = ay(b - y) **Risposta esatta.**

51E non esiste una soluzione

D. 52 sia data l'equazione differenziale $y' = \frac{1-y}{2}$. Se, per x = 0 e' y = 2 la soluzione ha un andamento:

52A decrescente verso l'asintoto y = 0

52B decrescente verso l'asintoto y = 1 **Risposta esatta.**

52C crescente verso l'asintoto y = 0

52D crescente verso l'asintoto y = 2

52E crescente tra l'asintoto y = 0 e l'asintoto y = 2

D. 53 sia data l'equazione differenziale $\frac{dy}{y} + \frac{2xdx}{1+3x^2} = 0$. Se, per x = 0 e' y = 2 la soluzione e':

53A $y = 2(\frac{1}{\sqrt[3]{1+3x^2}})$ **Risposta esatta.**

53B $y = -2\sqrt[3]{1+3x^2}$

53C $y = 3(1+3x^2)$

53D $y = -2\sqrt[3]{1+3x^2}$

53E $y = (1+3x^2)^{-\frac{1}{2}}$