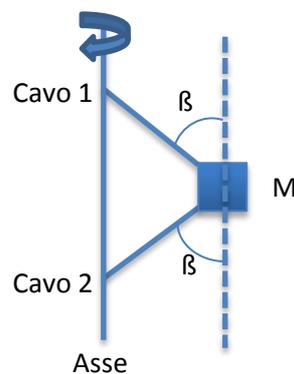


Compito di esonero per gli studenti di Odontoiatria e Protesi Dentarie del 17 dicembre 2014

1) Un corpo di massa $M = 4 \text{ kg}$ è vincolato a un asse verticale mediante due cavi rigidi, come mostrato in figura. La distanza del corpo dall'asse è di 1 m e i due cavi formano tra loro un angolo retto.

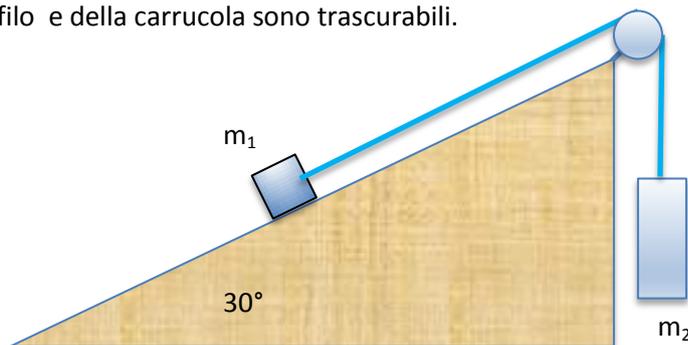
Calcolare:

- 1) quanti giri al minute deve compiere l'oggetto attorno all'asse affinché la tensione del cavo superiore sia in modulo pari a $T_1 = 100 \text{ N}$;
- 2) quanto vale in questo caso la tensione del cavo inferiore;
- 3) qual è la direzione e il verso della tensione dei due cavi?

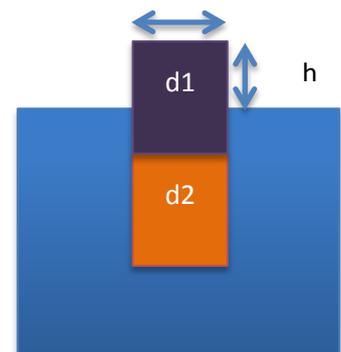


2) Un blocco di massa $m_1 = 10 \text{ kg}$ si muove su di un piano inclinato privo di attrito con inclinazione 30° . Il blocco m_1 è collegato ad un secondo blocco di massa $m_2 = 27,5 \text{ kg}$ da un sottile filo che passa per una carrucola (priva attrito). Si trovi l'accelerazione di ciascuna massa e la tensione del filo.

Nota: la massa del filo e della carrucola sono trascurabili.



3) Un oggetto costituito da due cubi omogenei incollati tra di loro, di densità d_1 e d_2 rispettivamente, ha una massa totale di $M = 1,80 \text{ kg}$. Il corpo viene immerso nell'acqua (di densità $D = 1,0 \text{ g/cm}^3$) dove galleggia. Sporgendo dalla superficie dell'acqua di un'altezza h . Calcolare d_1 e h sapendo che $L = 10,0 \text{ cm}$ e $d_2 = 1,10 \text{ g/cm}^3$.



Roma, 17 Dicembre 2014

Soluzione esercizi:

Primo esercizio:

Quando il sistema gira a velocità angolare ω la massa M è soggetta ad una accelerazione centripeta $a_c = \omega^2 \cdot R$.

La componente radiale F_r della risultante delle forze $\mathbf{F} = \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{P}$ deve quindi essere uguale a: $M \cdot a_c$

Quindi:

$$M \omega^2 R = (T_1 + T_2) \sin(\beta)$$

Assieme a questa deve valere anche:

$$T_1 \cos(\beta) = T_2 \cos(\beta) + M g \rightarrow T_2 = T_1 - M g / \cos(\beta) = 100 - 4 \cdot 9,8 / \cos(45^\circ) = 44,56 \text{ N}$$

quindi:

$$\omega = ((T_1 + T_2) \sin(\beta) / M \cdot R)^{1/2} = 5,06 \text{ rad/s}$$

e quindi $n = \omega \cdot 60 / 2 \pi = 48,27$ giri /minuto

Le due tensioni, che per definizione hanno la direzione dei cavi sono rivolte verso l'asse.

Secondo esercizio:

I blocchi devono avere uguale accelerazione in modulo detta a . Anche la tensione T è uguale sui due blocchi

Scrivendo l'equazione di Newton per il blocco lungo il piano inclinato e per quello che cade verticalmente :

$$-m_1 \cdot g \cdot \sin(30^\circ) + T = m_1 \cdot a$$

$$m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a \rightarrow$$

$$-49 + T = 10 \cdot a$$

$$269.5 - T = 27.5 \cdot (-a)$$

$$a = 5.89 \text{ m/s}^2$$

$$T = 107.5 \text{ N}$$

Terzo esercizio:

$$M = m_1 + m_2 = (d_1 + d_2) L^3$$

$$\rightarrow d_1 = (M/L^3) - d_2 = (1,8 \cdot 10^3 / 10^3) - 1,1 = 0,7 \text{ g/cm}^3$$

Il corpo è soggetto alla forza peso e alla spinta di Archimede ed essendo in equilibrio:

$$\rightarrow Mg = L^2(2L - h)Dg \rightarrow h = 2L - M/(D \cdot L^2) = 20 - 1800/100 = 2 \text{ cm}$$