SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea in Biotecnologie Agro–Industriali
Prova scritta di Fisica - A.A. 2013-14 - 15 dicembre 2014

(1) In un cantiere una tavola lunga $\ell = 6$ m è appoggiata a terra a un'estremità e a un muro alto $d = 1$ m all'altra. In un punto di questa tavola un muratore appoggia un mattone che inizia a scivolare e si ferma prima di arrivare a terra. Calcola il coefficiente di attrito dinamico tra tavola e mattone.

(2) Sulle armature di un condensatore a facce piane e parallele è presente una carica elettrica pari a 1 μC. Le armature hanno forma quadrata con il lato $a = 1$ cm e distano $d = 0.1$ mm l'una dall'altra. Le armature sono collegata l'una all'altra con un filo elettrico e il sistema è posto in un calorimetro con $m = 25$ g di acqua in equilibrio con l'ambiente nel quale si trova il condensatore. Di quanto aumenta la temperatura dell'acqua dopo un tempo sufficientemente lungo?

(3) Una pira quadrata di lato $\ell = 10$ cm si trova in un campo magnetico uniforme che forma, con la direzione perpendicolare al piano della spira un angolo di 45°. Il campo magnetico ha un'intensità iniziale $B_i = 0.50$ T che aumenta progressivamente e costantemente fino a raggiungere il valore $B_f = 1.50$ T dopo 2 s. Se il filo ha una resistenza $R = 100\ \Omega$, quanto vale la corrente che scorre in esso?

(1) Quando il mattone inizia a scivolare possiede soltanto energia potenziale che viene trasformata progressivamente in energia cinetica. Questa però viene dissipata dalle forze d'attrito che sono sempre parallele allo spostamento e fanno dunque lavoro non conservativo. La forza d'attrito F è proporzionale alla componente delle forze agenti sul mattone perpendicolare alla superficie sulla quale scivola. L'unica forza agente è la forza peso che dunque agisce perpendicolarmente al piano inclinato formato dalla tavola con un'intensità pari a

$$F_n = mg\cos\theta$$

se θ è l'angolo formato dal piano con l'orizzontale, m la massa del mattone e g l'accelerazione di gravità. La forza d'attrito vale quindi $F = \mu F_n$ con μ pari al coefficiente d'attrito cercato. L'energia iniziale del mattone è soltanto quella potenziale data da $U = mgh$. Tutta quest'energia viene completamente dissipata per attrito che fa un lavoro pari a $L = Fs = \mu mg\cos\theta s$.

Se il mattone percorre un tratto lungo s sul piano inclinato, il dislivello tra il punto di partenza e quello di arrivo è pari a

$$h = s\sin\theta$$

quindi, dovendo essere $U = L$,

$$mgh = mgs\sin\theta = \mu mgs\cos\theta$$

da cui si ricava che

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \mu\,.$$

L'angolo θ si ricava sapendo che

$$\ell\sin\theta = d$$

da cui otteniamo che

$$\theta = \arcsin\frac{d}{\ell} \simeq 0.167\,.$$

Il coefficiente d'attrito vale $\mu = \tan\theta \simeq 0.169$.

(2) Prima di procedere scriviamo i dati in unità SI: $m = 25\times10^{-3}$ kg, $a = 10^{-2}$ m e $d = 0.1\times10^{-3}$ m. Poi cominciamo a spiegare quel che accade: quando il condensatore è carico in esso è immagazzinata una certa quantità d'energia: l'energia del campo elettrico presente tra le armature. Se le armature si collegano con un filo, il condensatore inizia a scaricarsi: l'energia del condensatore si scarica sul filo nel quale comincia a scorrere corrente e per questa ragione il filo si scalda. Essendo immerso in acqua il calore dissipato dal filo è ceduto all'acqua che quindi aumenta la propria temperatura. L'innalzamento della temperatura dell'acqua è

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{mc}$$

dove $c = 4\,187$ J/(kg K) è il calore specifico dell'acqua. Dobbiamo quindi calcolare l'energia ceduta all'acqua ΔU che in queste unità è l'energia dissipata dal filo che, a sua volta, è l'energia ΔU immagazzinata inizialmente nel condensatore. Quest'ultima vale

$$\Delta U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \,,$$

per calcolare la quale dobbiamo conoscere la capacità C del condensatore che si ricava dall'espressione

$$C = \epsilon_0 \frac{a^2}{d}$$

pertanto

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{d Q^2}{a^2 \epsilon_0} \simeq 0.5 \times \frac{10^{-4} \times 10^{-12}}{10^{-4} \times 8.85 \times 10^{-12}} \simeq 0.056\,\mathrm{J} \,.$$

A questo punto abbiamo tutto ciò che ci serve per calcolare l'incremento di temperatura dell'acqua pari a

$$\Delta T = \frac{0.056}{25 \times 10^{-3} \times 4\,187} \simeq 0.5\,\mathrm{mK} \,.$$

(3) Prima di tutto scriviamo i dati in unità SI: $\ell = 10$ cm= 0.1 m. Se il campo magnetico non è costante, mentre l'orientazione relativa tra la spira e il campo lo è, il flusso del campo attraverso la spira cambia nel tempo e si ha una fem indotta nella spira per effetto della Legge di Faraday–Neumann–Lenz. Il flusso del campo magnetico attraverso la spira si può scrivere come

$$\Phi(t) = B(t) S \cos\theta$$

dove $S = \ell^2$ è la superficie della spira e θ l'angolo formato tra la perpendicolare alla spira e il campo. Il campo $B = B(t)$ dipende dal tempo e quindi anche $\Phi = \Phi)t)$ è funzione di t. La sua variazione nel tempo Δt vale

$$V = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{(B_f - B_i)\, S \cos\theta}{\Delta t}$$

che è pari alla fem indotta cambiata di segno. Se il filo presenta una resistenza R la fem provoca lo scorrere di una corrente d'intensità data dalla Legge di Ohm:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1}{R} \frac{(B_f - B_i)\, S \cos\theta}{\Delta t} = \frac{1}{100} \frac{1.00 \times 0.01 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \simeq 35 \mu\mathrm{A} \,.$$