Testi:
- Libri del liceo
- Prima parte di un libro di Analisi I.
- Libri di "precorso"
- Materiale che posterò sulla pagina web del corso nel portale www.elearning.uniroma1.it

Ricevimento studenti: mercoledì 11-13 dip. Matematica (Città Universitaria) st. 4 pianterreno.
mail: dallaglio@mat.uniroma1.it

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ interi naturali

$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ interi relativi

$\mathbb{Q} = \left\{ \pm \frac{m}{n} \text{ t.c. } m, n \in \mathbb{N},\ n \neq 0 \right\}$ razionali

N.B. Bisogna identificare tra loro frazioni che corrispondono allo stesso numero (per. es. $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{10}{30}$)

$$\frac{m}{n} \sim \frac{p}{q} \iff mq = pn.$$

Una volta fatto questo si definiscono delle operazioni, per es.

$$\frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{mq + pn}{nq}$$

Si osserva che l'operazione è ben posta nel senso che

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \qquad \frac{2}{6} + \frac{5}{10} = \frac{20 + 30}{60} = \frac{50}{60}$$

Rappresentazione dei razionali come sviluppi decimali.

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 0 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$$

$$\begin{array}{l|l} 1 & 4 \\ \hline 10 & 0,25 \\ \quad 20 & \\ \qquad 0 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l|l} 1 & 3 \\ \hline 10 & 0,3333 \\ \quad 10 & \end{array}$$

$$\frac{1}{3} = 0,33333\ldots = 0,\overline{3}$$

$$\frac{4}{3} = 1,\overline{3}$$

PROP Lo sviluppo decimale corrispondente a un numero razionale è sempre finito (con un numero finito di cifre decimali) oppure periodico.

$$\frac{9}{7} \qquad \begin{array}{l|l} 9 & 7 \\ \hline 20 & 1,28571428571428 \\ \quad 60 & \\ \qquad 40 & \\ \qquad\quad 50 & \\ \qquad\qquad 10 & \\ \qquad\qquad\quad 30 & \\ \qquad\qquad\qquad 2 & \end{array}$$

$$\frac{9}{7} = 1,\overline{285714}$$

E' vero anche il viceversa, cioè uno sviluppo decimale finito o periodico corrisponde a un numero razionale.

$$3,8212 = 3 + \frac{8}{10} + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{2}{10000} = \frac{38212}{10000}$$

$$3,82\overline{12} = 3,8212121212\ldots$$

$$3,82\overline{12} = \underbrace{3 + \frac{8}{10} + \frac{2}{100}} + \frac{12}{10000} + \frac{12}{1000000} + \frac{12}{100.000.000} + \ldots =$$

$$= \frac{382}{100} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{12}{10^{2k}}$$

$$= \frac{382}{100} + 12 \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{100^k} =$$

$$= \quad '' \quad + \frac{12}{10^4} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{100^{\underbrace{k-2}_{h}}}$$

$$= \frac{382}{100} + \frac{12}{10^4} \boxed{\sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{100^h}} =$$

$$\longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} \displaystyle\sum_{h=0}^{\infty} r^h = \frac{1}{1-r} \qquad \forall r \in (-1,1) \\ \text{se } \displaystyle r = \frac{1}{100} \\ \displaystyle\sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{100^h} = \frac{1}{1-\frac{1}{100}} = \frac{100}{99} \end{array}}$$

$$= \frac{382}{100} + \frac{12}{100\cancel{00}} \frac{\cancel{100}}{99} = \frac{382}{100} + \frac{12}{9900}$$

$$0,\overline{3} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{10^k} = 3\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{10^k}\right) = 3\left(\frac{1}{1-\frac{1}{10}} - 1\right) =$$

$$= 3\left(\frac{10}{9} - 1\right) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0,\overline{9} = \frac{9}{9} = 1$$

$$\frac{1}{4} = 0{,}25 = 0{,}24\overline{9}$$