SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea in Biotecnologie Agro–Industriali
Prova scritta di Fisica - A.A. 2013-14 - 24 novembre 2014

(1) Un pallone di massa m calciato su una parete con velocità di modulo v, dopo l'urto rimbalza lungo la direzione di arrivo, con verso opposto e con la stessa velocità. Quanto lavoro ha svolto il pallone nei confronti del muro? E se la velocità del pallone dopo l'urto fosse $v' < v$?

(2) In un circuito due condensatori di capacità $C_1 = 3\,\mu$F e $C_2 = 2\,\mu$F sono montati in serie a un generatore da 30 V. Inizialmente i condensatori sono scarichi. Quanto vale la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore quando il sistema ha raggiunto un equilibrio?

(3) Un raggio laser è puntato verso il fondo di un recipiente di altezza $h =$ 30 cm, inizialmente vuoto, in modo tale che formi un angolo di 38° con la verticale. Se il recipiente si riempie completamente di un liquido trasparente, il punto luminoso sul fondo si sposta lateralmente di 2 mm. Quanto vale l'indice di rifrazione del liquido?

(1) Quando il pallone viene calciato ha un'energia cinetica pari a $1/2mv^2$. Dal momento che né la massa del pallone né il modulo della velocità cambiano, per il principio di conservazione dell'energia il pallone non fa alcun lavoro e quindi $L = 0$. Se invece la velocità dopo l'urto v' è diversa da v, la differenza di energia cinetica dev'essere stata spesa per compiere lavoro, perciò

$$L = \frac{1}{2}m\left(v^2 - v'^2\right)$$

(2) Ricordando che $C = Q/V$ la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore si ricava dalla relazione $V = Q/C$ per usare la quale è necessario conoscere la carica depositata su ciascun condensatore. Dal momento che i condensatori sono in serie si possono pensare come un unico condensatore di capacità

$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$$

ai capi del quale è applicata una differenza di potenziale $V = 30$ V. Pertanto la carica immagazzinata in questo condensatore è

$$Q = C_{eq}V\,.$$

Quando i condensatori si trovano in serie la carica presente su ciascuno è la stessa ed è uguale a quella immagazzinata nel condensatore equivalente, perciò abbiamo che

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{C_{eq}}{C_1}V$$

e analogamente

$$V_2 = \frac{C_{eq}}{C_2}V\,.$$

Osserviamo che

$$\frac{C_{eq}}{C_1} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\frac{1}{C_1} = \frac{C_2}{C_1+C_2}$$

perciò possiamo riscrivere le differenze di potenziale come

$$V_1 = \frac{C_2}{C_1+C_2}V$$

e

$$V_2 = \frac{C_1}{C_1+C_2}V$$

cosí si vede subito che $V = V_1 + V_2$ come dev'essere. Basta quindi calcolarne una per trovare l'altra per sottrazione. Ad esempio:

$$V_1 = \frac{2}{2+3} \times 30 = \frac{2}{5} \times 30 = 12\,\mathrm{V}$$

e quindi $V_2 = 30 - 12 = 18$ V.

(3) Quando non c'e' il liquido il laser arrivo sul fondo del recipiente in un punto che dista L dalla verticale condotta dal punto in cui il raggio penetra nel recipiente stesso. Conoscendo l'angolo di entrata θ_i possiamo calcolare L come

$$L = h \tan\theta_i = 23.4\,\mathrm{cm}\,.$$

Se il raggio si sposta di 2 mm vuol dire che toccherà il fondo a una distanza pari a $L - d = 23.2\,\mathrm{cm}$ e dunque l'angolo θ_r formato tra il laser e la verticale è tale che

$$\tan\theta_r = \frac{L-d}{h} = \frac{23.2}{30} = 0.773\,.$$

Possiamo cosí caloclare $\theta_r = 37.7°$. Dalla Legge di Snell si ricava infine che

$$n = \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = 1.007\,.$$