

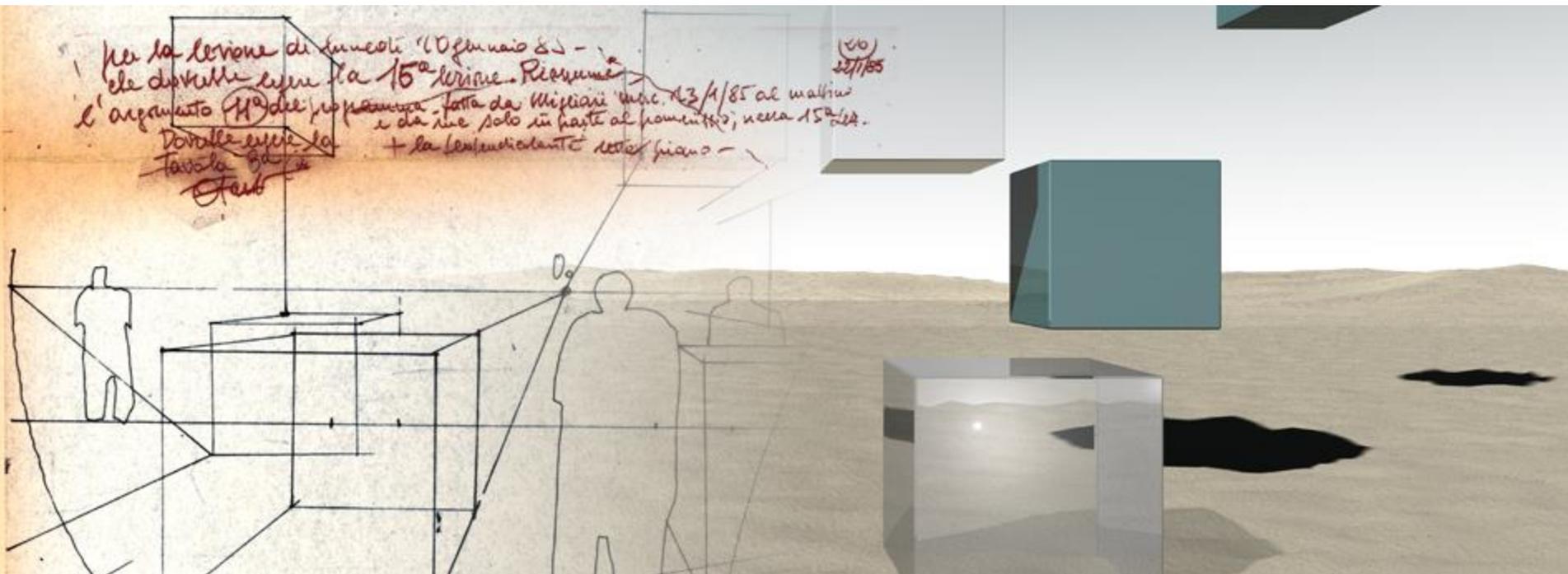


Università Sapienza di Roma, Facoltà di Architettura
Corso di Laurea in Gestione del processo edilizio – Project Management
a.a. 2014-2015

Corso di
Disegno tecnico e automatico

Docente Arch. Ph.D. Jessica Romor

Sulla genesi delle superfici: le volte



Descrivere le superfici

Le superfici possono essere descritte in molti modi, mettendo in evidenza proprietà geometriche particolari.

Classificazione generale delle superfici		Classificazione geometrica						Classific. analitica			Classificazione differenziale					
		Superfici di traslazione	Superfici di rivoluzione	Superfici elicoidali	Superfici rigate	Superfici sviluppabili	Genesi proiettiva	Quadriche: grado 2	Algebriche: grado > 2	Trasendenti	Curvatura Gaussiana negativa	Curvatura Gaussiana nulla	Curvatura Gaussiana positiva	Curvatura Gaussiana costante	Curvatura media nulla	Superfici minime
Rigate	iperboloide a una falda															
	paraboloide iperbolico															
	conoide															
	cilindroide															
Sviluppabili	piano															
	cono quadrico															
	cono generico															
	cilindro quadrico															
	cilindro generico															
	superficie a pendenza uniforme															
Di rivoluzione	elicoide sviluppabile															
	toro															
Elicoidi	elicoide generico															
	elicoide obliquo chiuso															
	elicoide retto															
	colonna torsa															
	vite di Saint Gilles															
	serpentino															
	elicoide conico generico															
Quadriche	ellissoide															
	iperboloide a due falde															
	paraboloide ellittico															
	sfera															
Algebriche di grado > 2	sella di scimmia (esempio)															

Sulla genesi delle superfici: le volte

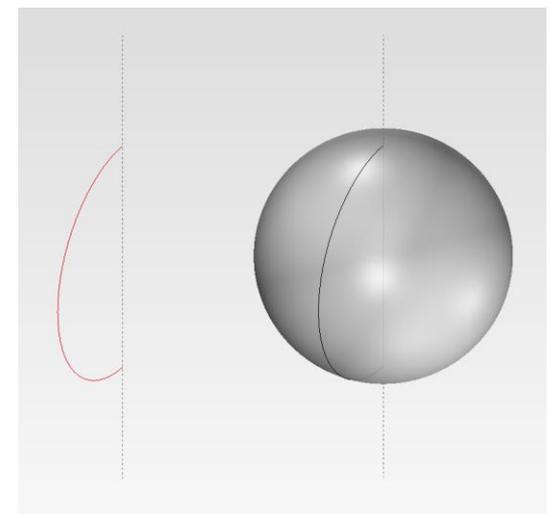
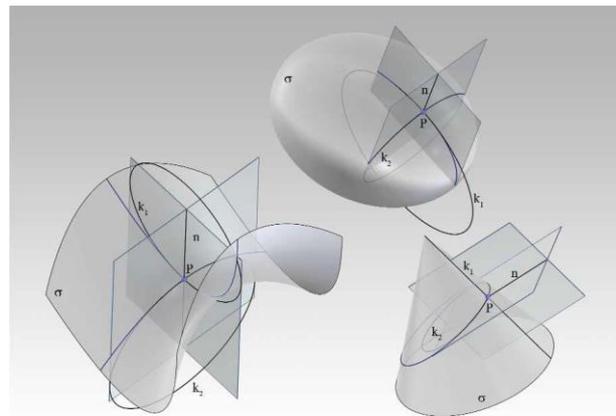
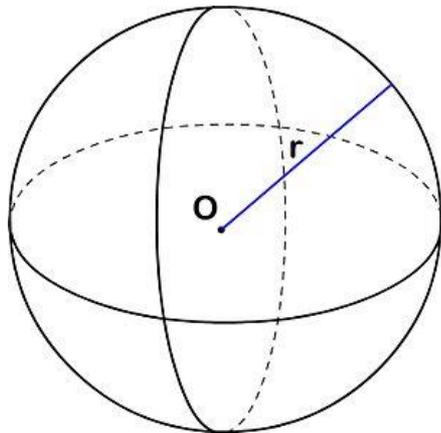
Descrivere le superfici

Una superficie può essere descritta attraverso la:

geometria analitica

geometria differenziale

geometria sintetica



Es. – Rappresentazione analitica della sfera:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$$

Es. - Superfici classificate in relazione alla curvatura gaussiana

Es. – La sfera generata come superficie di rivoluzione di un semicerchio attorno ad un asse

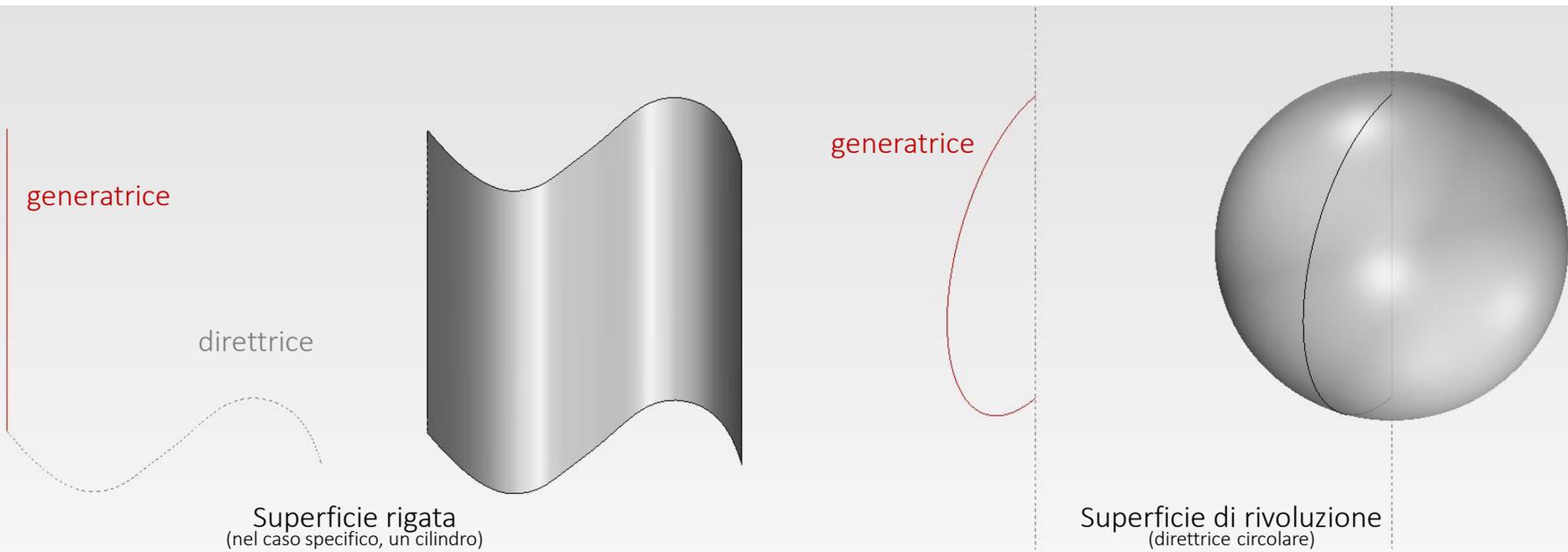
Sulla genesi delle superfici: le volte

Descrivere le superfici

Se si considera la **descrizione sintetica**, tipica della geometria descrittiva, le superfici possono essere **classificate in funzione della procedura adottata per costruirle**.

La linea che, muovendosi, genera la superficie viene detta **generatrice**. Il moto, a sua volta, viene definito per mezzo di una o più linee, dette **direttrici**.

Le superfici così generate appartengono alla più ampia classe dei **luoghi geometrici**. Un luogo è l'insieme dei punti che soddisfano una data condizione o godono di determinate proprietà: ad esempio, il luogo descritto da una retta generatrice che scorre su una curva direttrice, conservando la propria direzione, è una **superficie rigata** e, segnatamente, un **cilindro**.

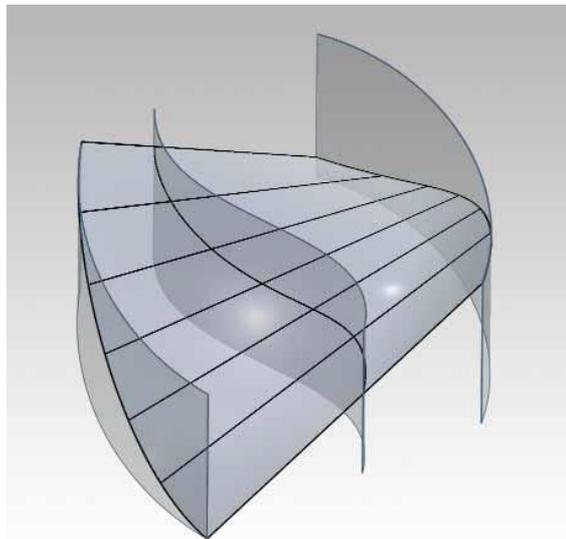


Descrivere le superfici

Nella geometria descrittiva, le superfici luogo geometrico vengono classificate in:

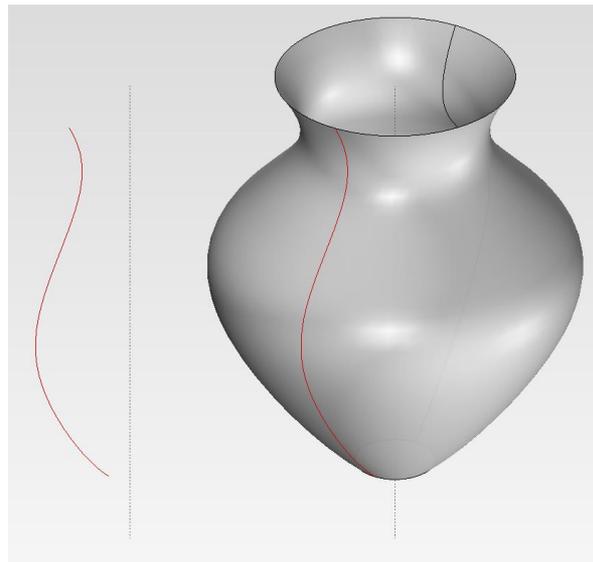
superfici rigate

generate attraverso un movimento di traslazione di una generatrice lungo una direttrice



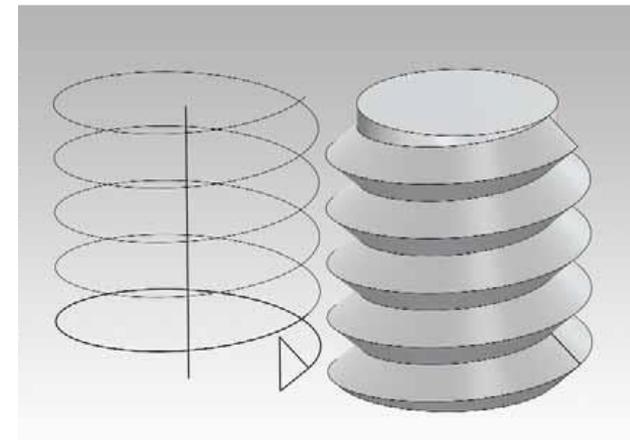
superfici di rivoluzione

generate attraverso un movimento di rivoluzione di una curva generatrice attorno ad un asse



superfici elicoidali

generate tramite un movimento di roto-traslazione di una curva lungo una direttrice mantenendo la direzione dell'asse

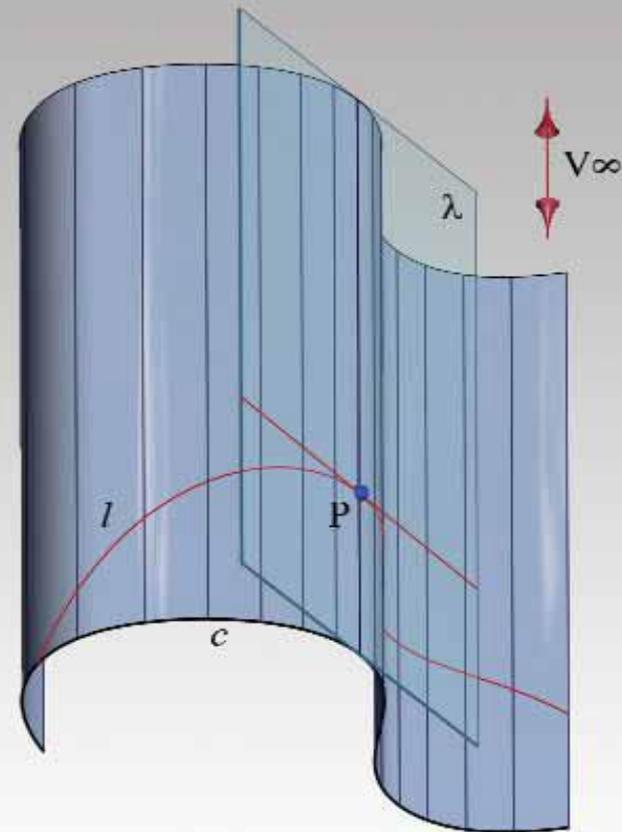
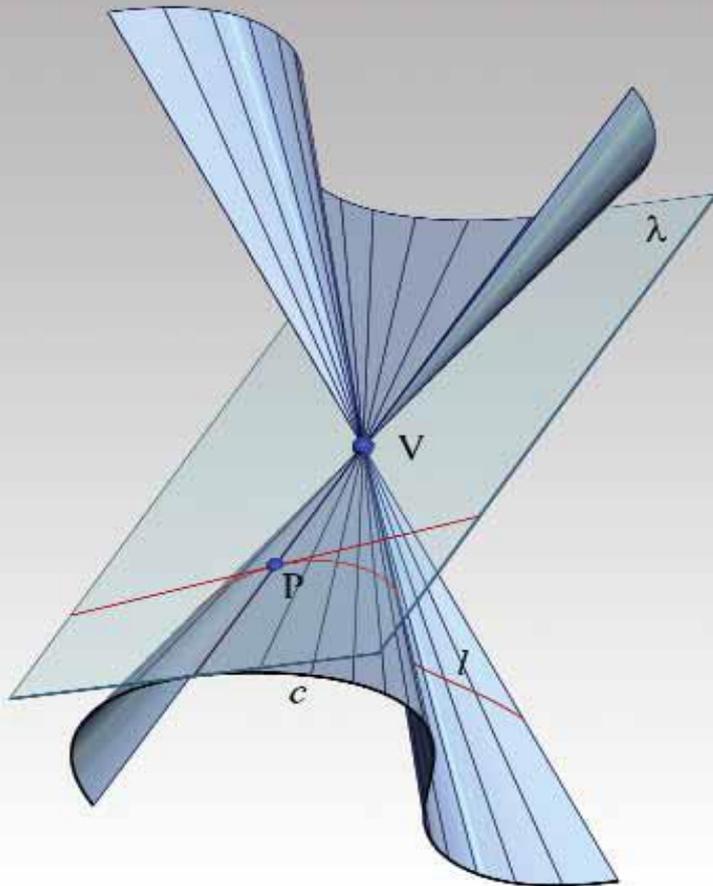


Sulla genesi delle superfici: le volte

Descrivere le superfici

Alcune superfici possono anche essere **generate per mezzo di operazioni di proiezione** e sono anche questi luoghi geometrici, precisamente il **luogo delle rette che proiettano i punti di una curva** o anche, più in generale, il luogo dei punti che corrispondono ad altri punti di una superficie, in una relazione di natura proiettiva.

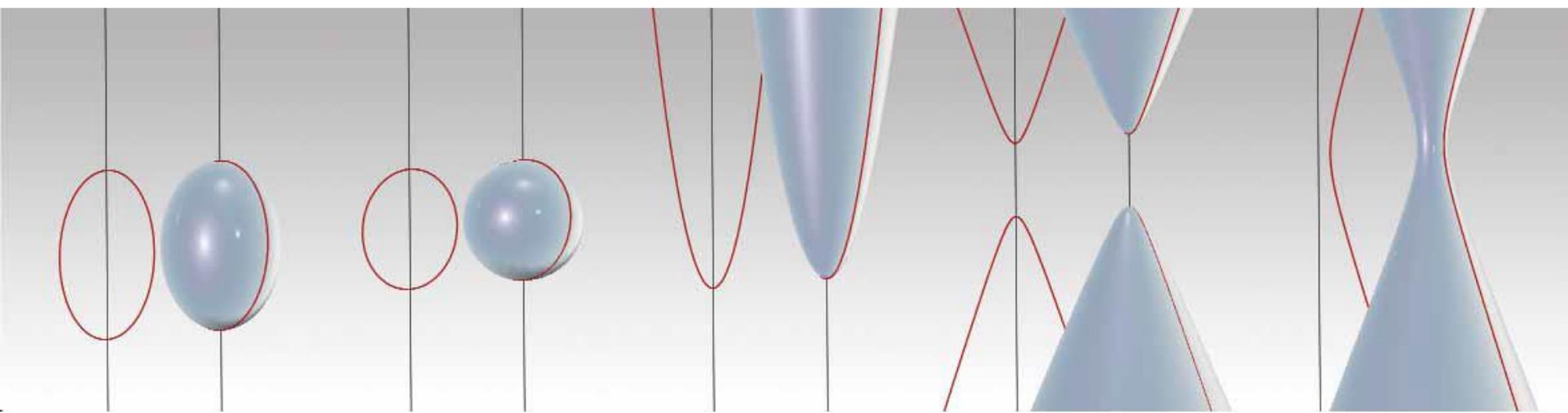
Il **cono**, ad esempio, è descritto dall'insieme delle **rette che proiettano, da un centro, i punti di una curva**; analogamente il **cilindro** è descritto dalle **rette che proiettano una curva secondo una direzione**.



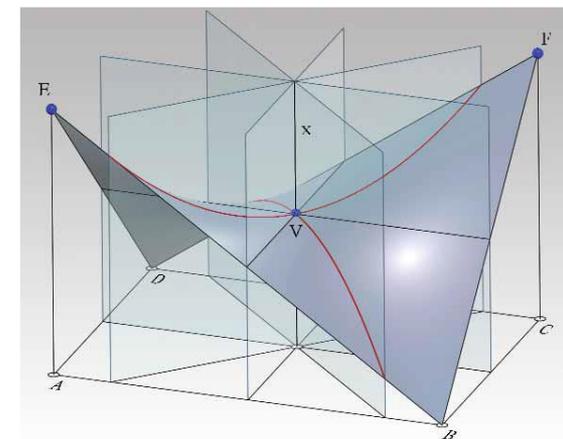
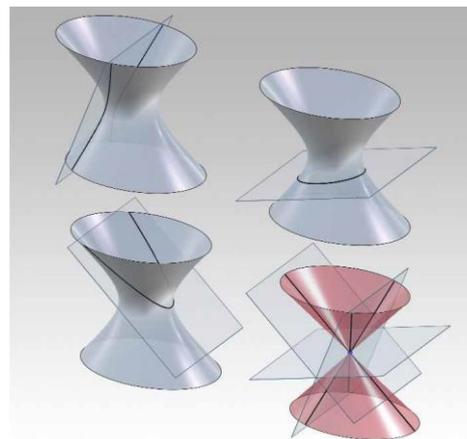
Sulla genesi delle superfici: le volte

Descrivere le superfici

Alle superfici luogo geometrico appartengono le *superfici quadriche*. Esse sono le superfici che hanno per **generatrici** le **coniche**, ovvero il cerchio e le sue trasformazioni proiettive, cioè l'**ellisse**, la **parabola** e l'**iperbole**. Il loro nome è dovuto al grado dell'equazione che le descrive.

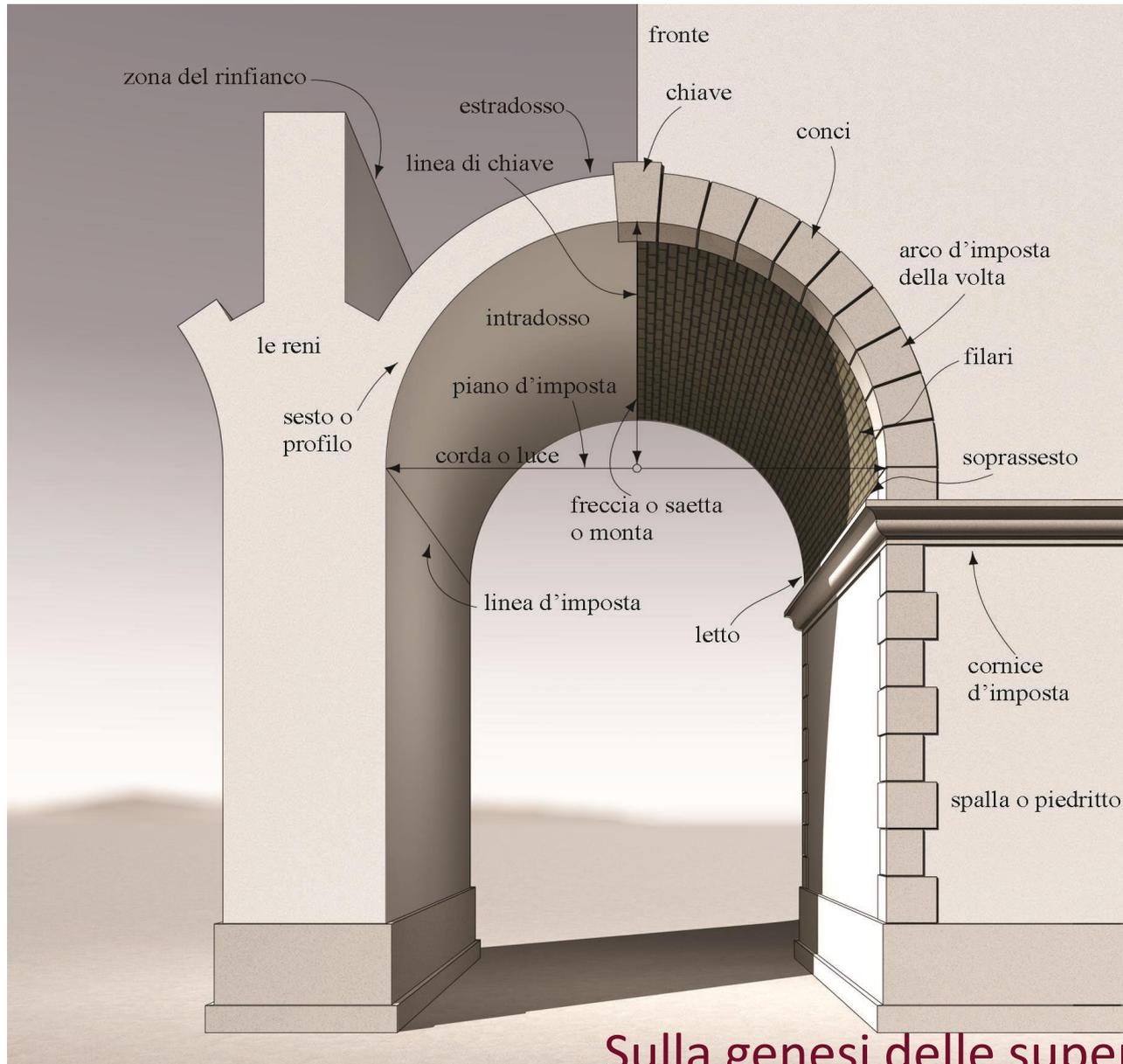


Le superfici quadriche, se sezionate con un piano, generano sempre una curva **conica**.



Sulla genesi delle superfici: le volte

Superfici e architettura: le volte



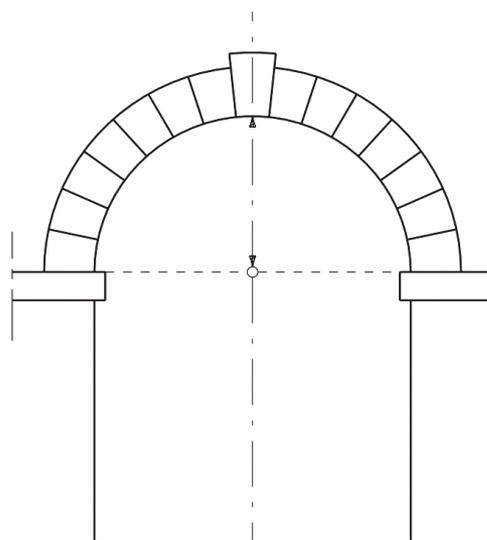
Sulla genesi delle superfici: le volte

Classificazione – I – Profili

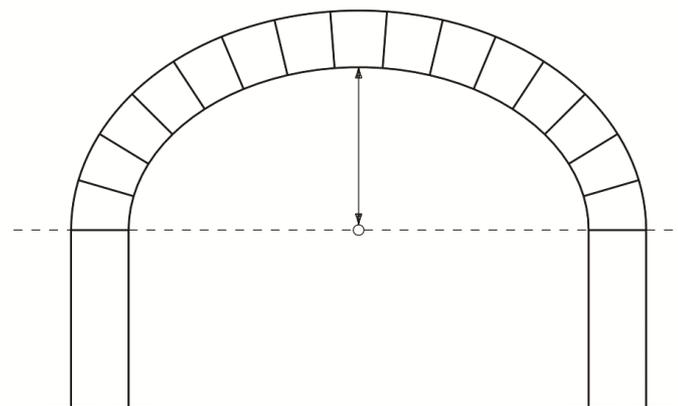
Una prima classificazione delle volte dipende dalla **forma dell'arco**, ovvero la **generatrice** della superficie voltata.

Gli archi possono essere, ad esempio:

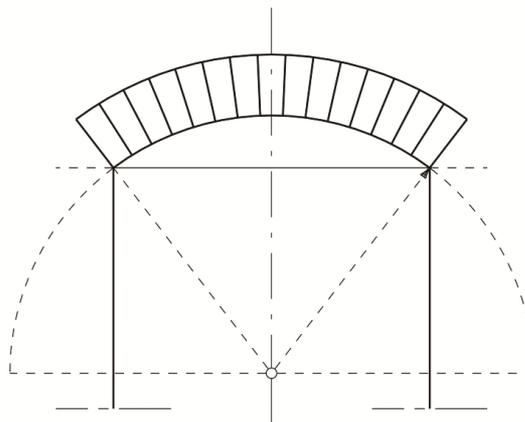
- a tutto sesto
- a sesto ribassato (profilo ellittico o ovale)
- a sesto incompleto
- a sesto acuto



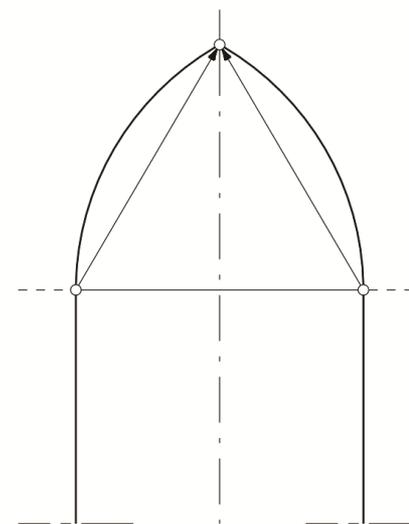
arco a tutto sesto



arco ribassato o scemo



arco a sesto incompleto



arco a sesto acuto

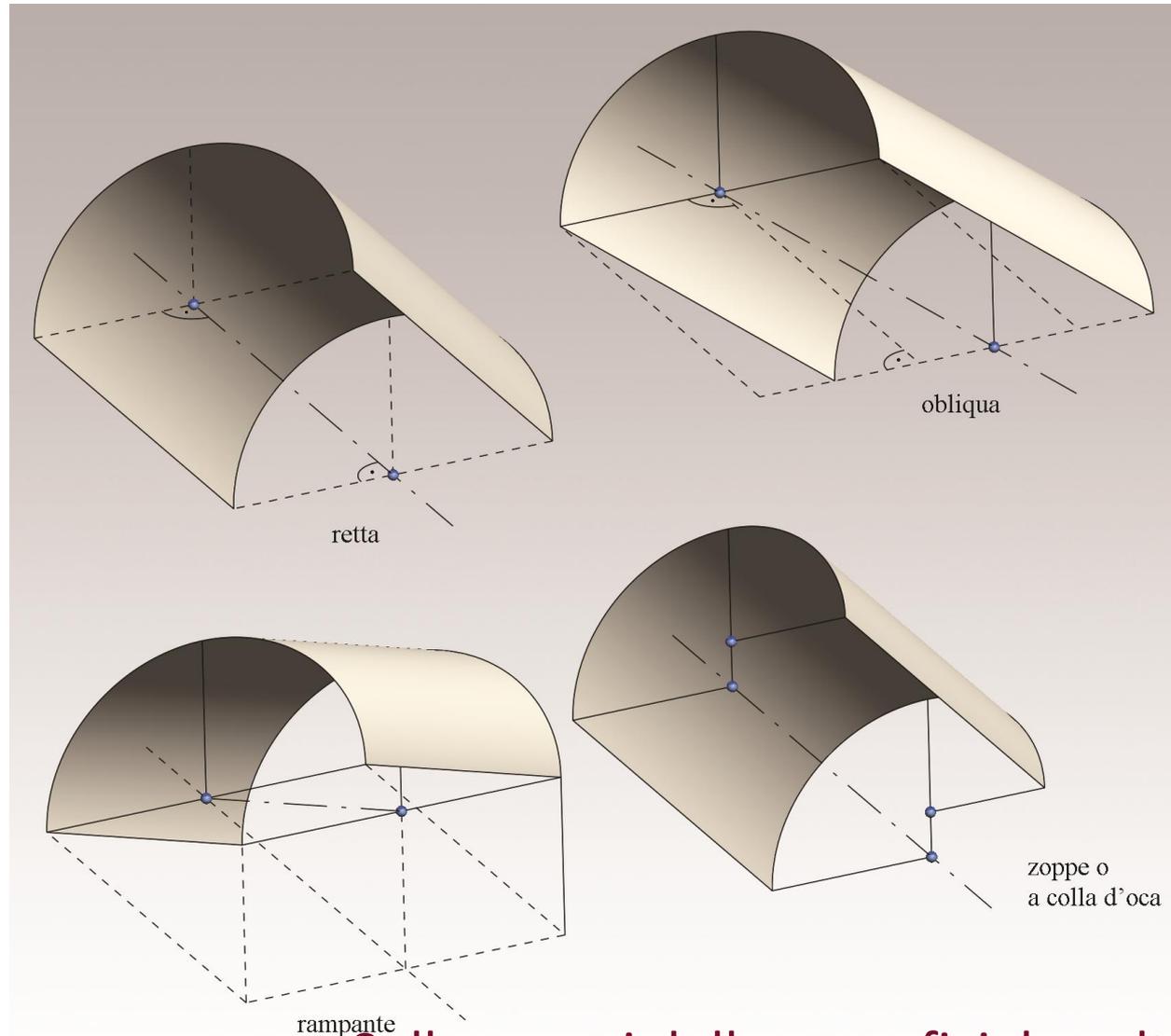
Sulla genesi delle superfici: le volte

Classificazione – II – Simmetria della struttura

Un altro tipo di classificazione riguarda la **simmetria** caratteristica della struttura.

Si possono infatti avere, ad esempio:

- Volte rette (le linee di imposta sono perpendicolari alle fronti)
- Volte oblique (le linee di imposta non sono perpendicolari alle fronti, pur essendo parallele e orizzontali)
- Volte rampanti (le linee di imposta non sono orizzontali, pur essendo parallele e contenute in piani normali alle fronti)
- Volte zoppe o a collo d'oca (hanno linee d'imposta parallele ma poste a quote diverse).



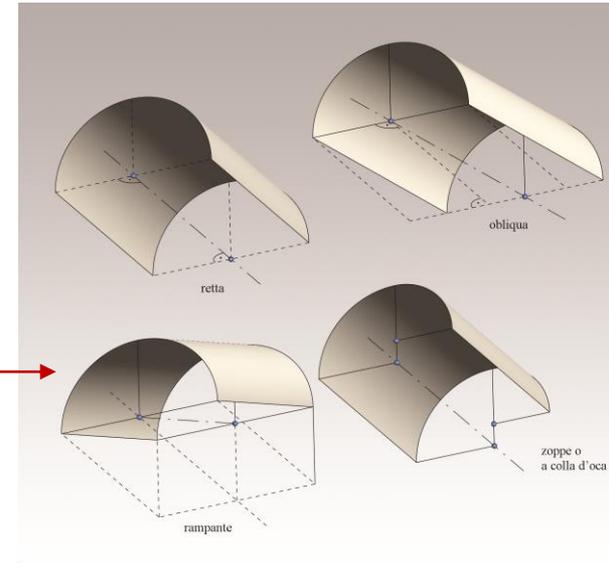
Sulla genesi delle superfici: le volte

Classificazione – III – Volte semplici e composte

Le volte possono poi essere **semplici** o **composte**. Le seconde costituiscono un'aggregazione delle prime.

A seconda del movimento che il profilo compie nello spazio, possiamo generare volte per **traslazione** (volte a botte, che può essere retta, obliqua, rampante o zoppa) o per **rivoluzione** attorno ad un asse (cupola, volta anulare, volta a vela).

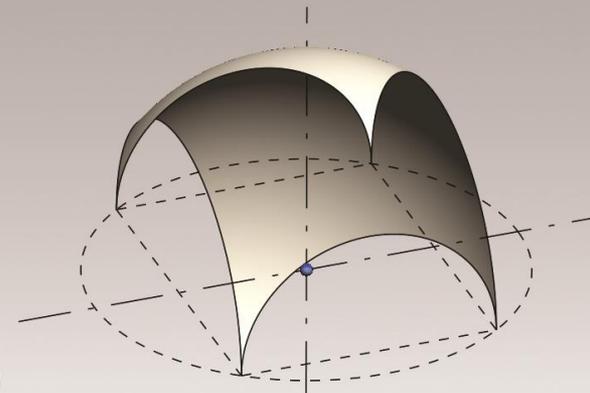
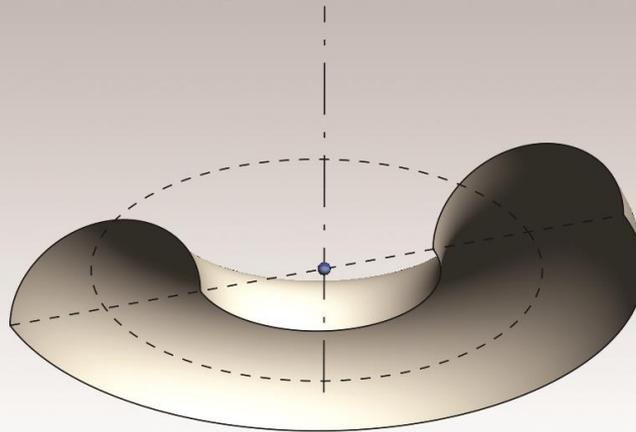
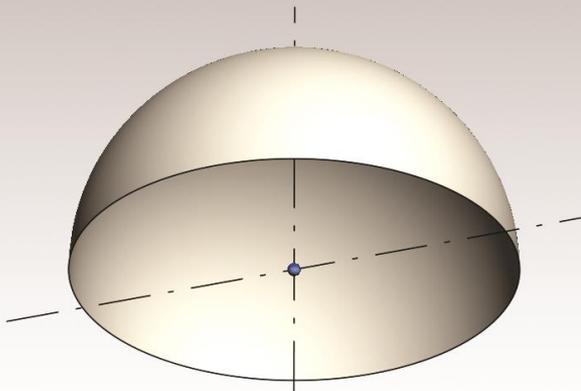
Volte semplici, di **traslazione** e **rivoluzione**



volta di rivoluzione o cupola

volta anulare

volta a vela



Sulla genesi delle superfici: le volte

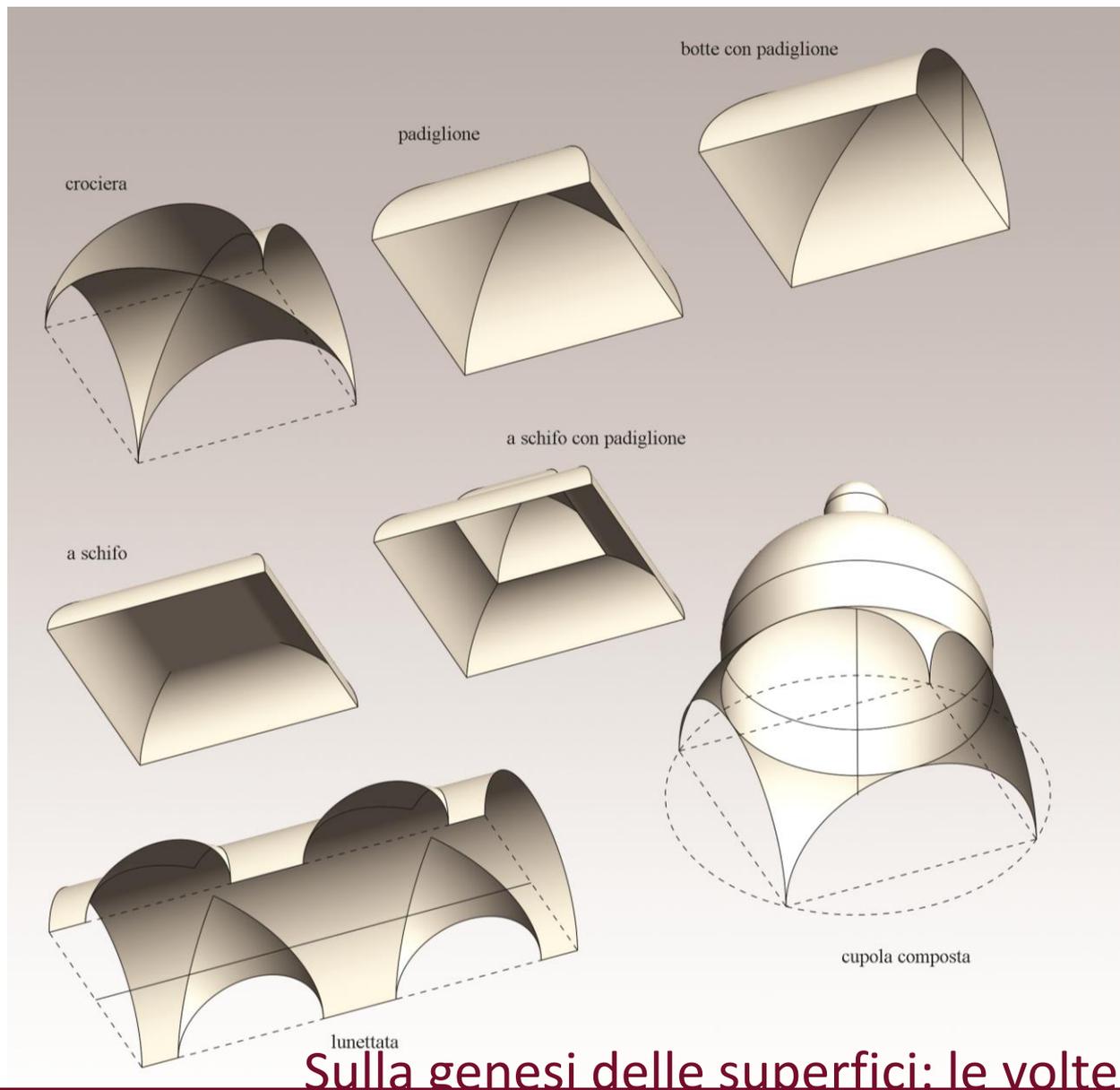
Classificazione – III – Volte semplici e composte

Le **volte composte** sono invece aggregazioni di volte semplici.

Tra esse troviamo, ad esempio, le volte a:

- crociera (unione di porzioni di v. a botte)
- padiglione (unione di porzioni di v. a botte)
- botte con padiglione (unione di porzioni di v. a botte)
- a schifo (unione di porzioni di v. a botte e soffitto piano)
- a schifo con padiglione (unione di porzioni di v. a botte)
- lunettata (v. a botte con porzioni di v. a botte o sferoidiche)
- cupola composta (unione, ad esempio, di v. a vela, cupola e lanterna)

Volte composte

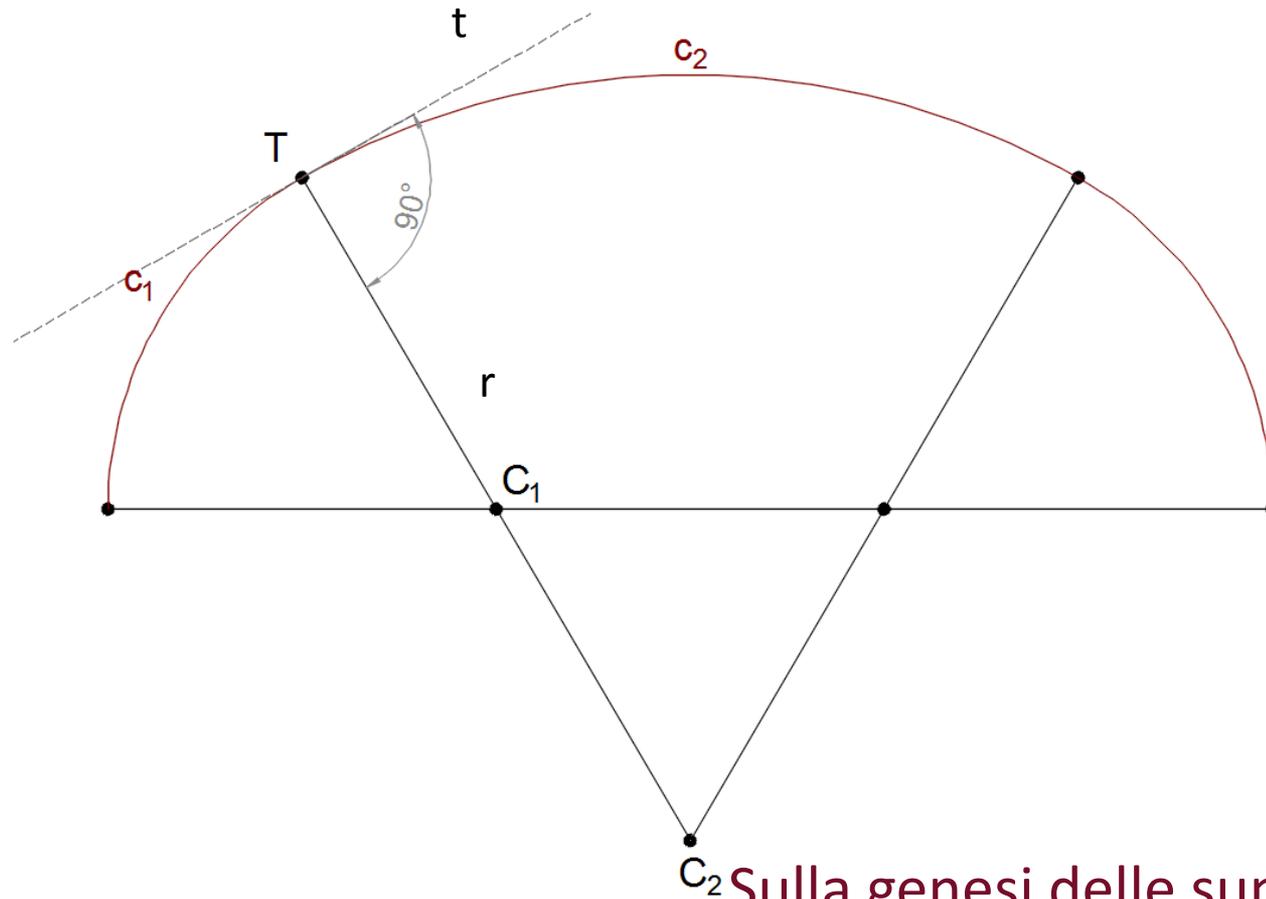


Sulla genesi delle superfici: le volte

Profili delle volte – Gli ovali

Uno dei profili caratteristici degli archi e delle volte è l'**ovale**, una particolare **curva policentrica** costituita da **archi di cerchio posti in continuità di tangenza**.

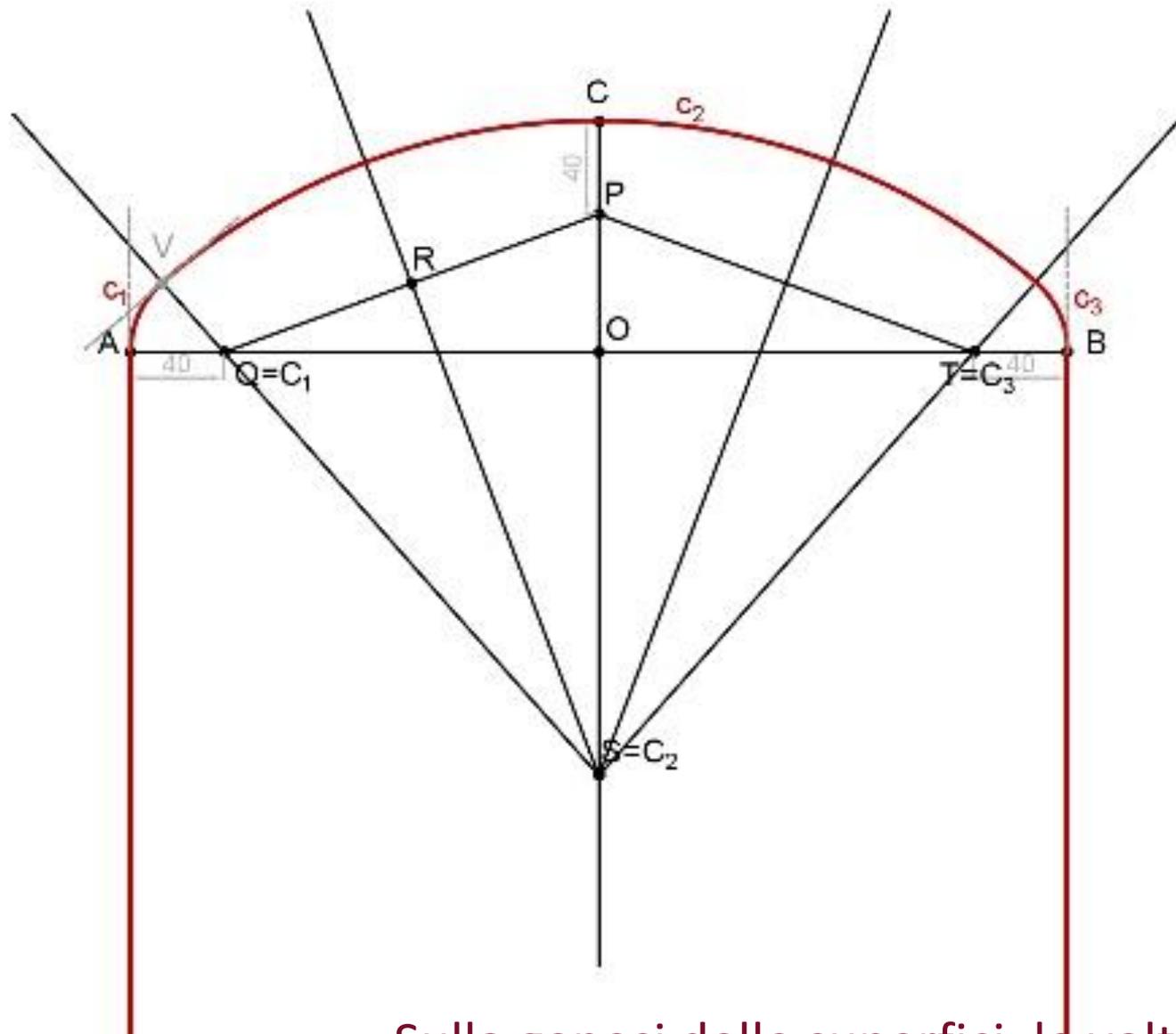
Perché si verifichi questa condizione di tangenza nel punto **T** nel quale si incontrano i due archi di cerchio **c_1** e **c_2** , bisogna che il punto di contatto **T** appartenga alla retta che passa per i due rispettivi centri **C_1** e **C_2** degli archi suddetti. Essendo la tangente dell'arco in un suo punto perpendicolare al suo raggio, ed essendo i due raggi coincidenti, anche le tangenti coincideranno.



Sulla genesi delle superfici: le volte

Profili delle volte – Gli ovali: ovale a tre centri

1. Sono assegnate la corda **AB** e la monta **OC** dell'arco.
2. Su **OC** si assume un segmento **CP** di lunghezza arbitraria, con **P** comunque compreso tra **C** e **O**.
3. Si riporta il segmento assunto su **AB** in **AQ** e **BT**.
4. Tracciata la **QP** si costruisce la perpendicolare nel suo punto medio **R**: questa retta interseca la **CP** in un punto **S**.
5. La curva si descrive con centro in **Q** e raggio **QA**, centro in **S** e raggio **SC**, centro in **T** e raggio **TB**. In questa costruzione gli angoli sottesi dalle tre curve che compongono il profilo sono, in generale, diversi.

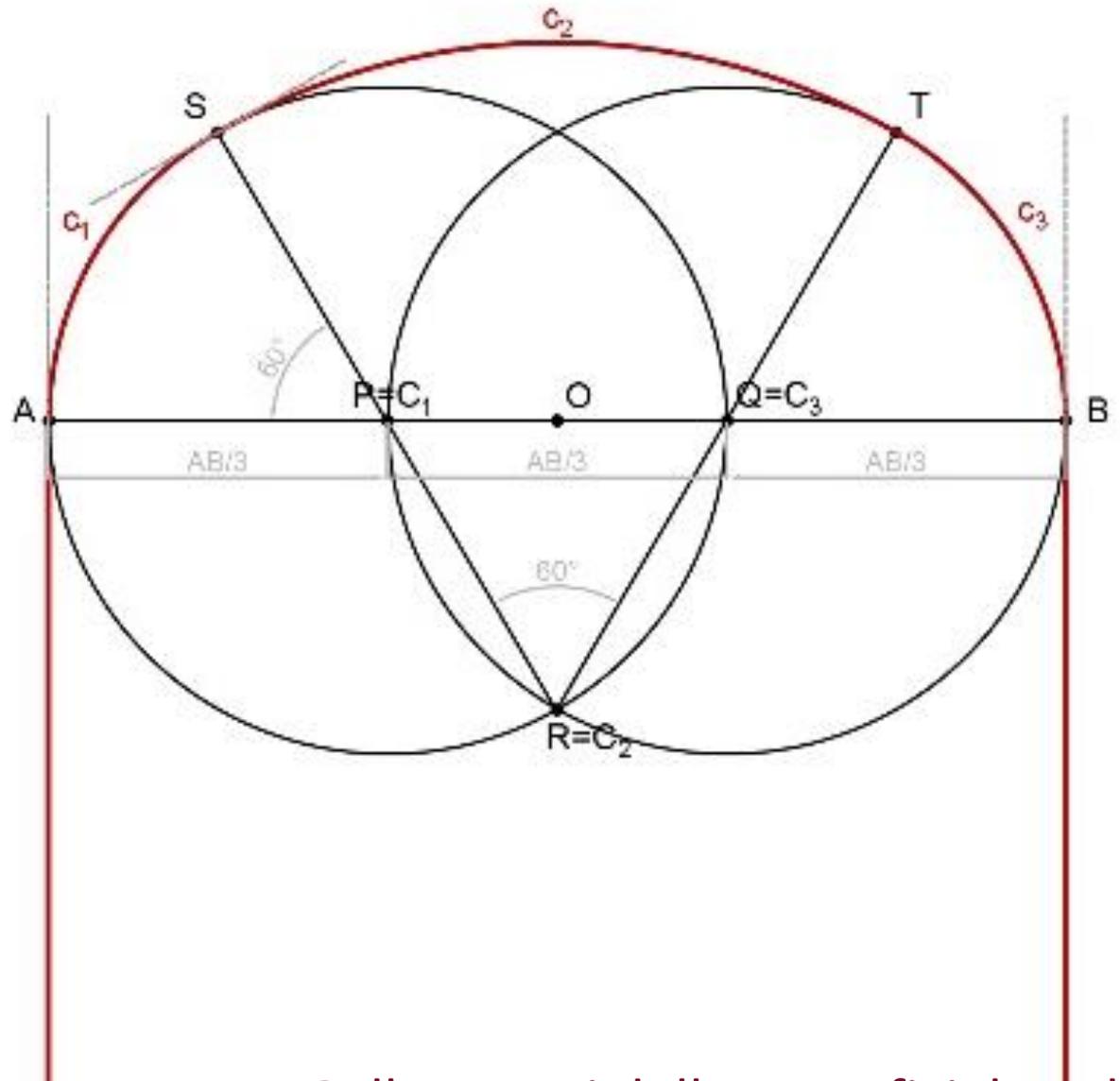


Sulla genesi delle superfici: le volte

Profili delle volte – Gli ovali: ovale a tre centri a rapporto fisso

Se è assegnata la corda **AB** e libera invece la scelta della freccia, l'ovale può tracciarsi come segue.

1. Si divide **AB** in tre parti eguali per mezzo dei punti **P** e **Q**.
2. Si tracciano le circonferenze di centro **P** e **Q** e raggio **PA** **QB**, le quali si intersecano nel punto **R**.
3. Si costruisce la retta **RP** che taglia la circonferenza di centro **P** nel punto **S**.
4. La curva si descrive con centro in **P** e raggio **PA**, centro in **R** e raggio **RS**, centro in **Q** e raggio **QB** (**PA**). Il rapporto tra corda e freccia in questo profilo ovale risulta eguale a 2,65. Da notare che è questo un caso particolare dell'ovale composto da archi che sottendono al centro 60° .

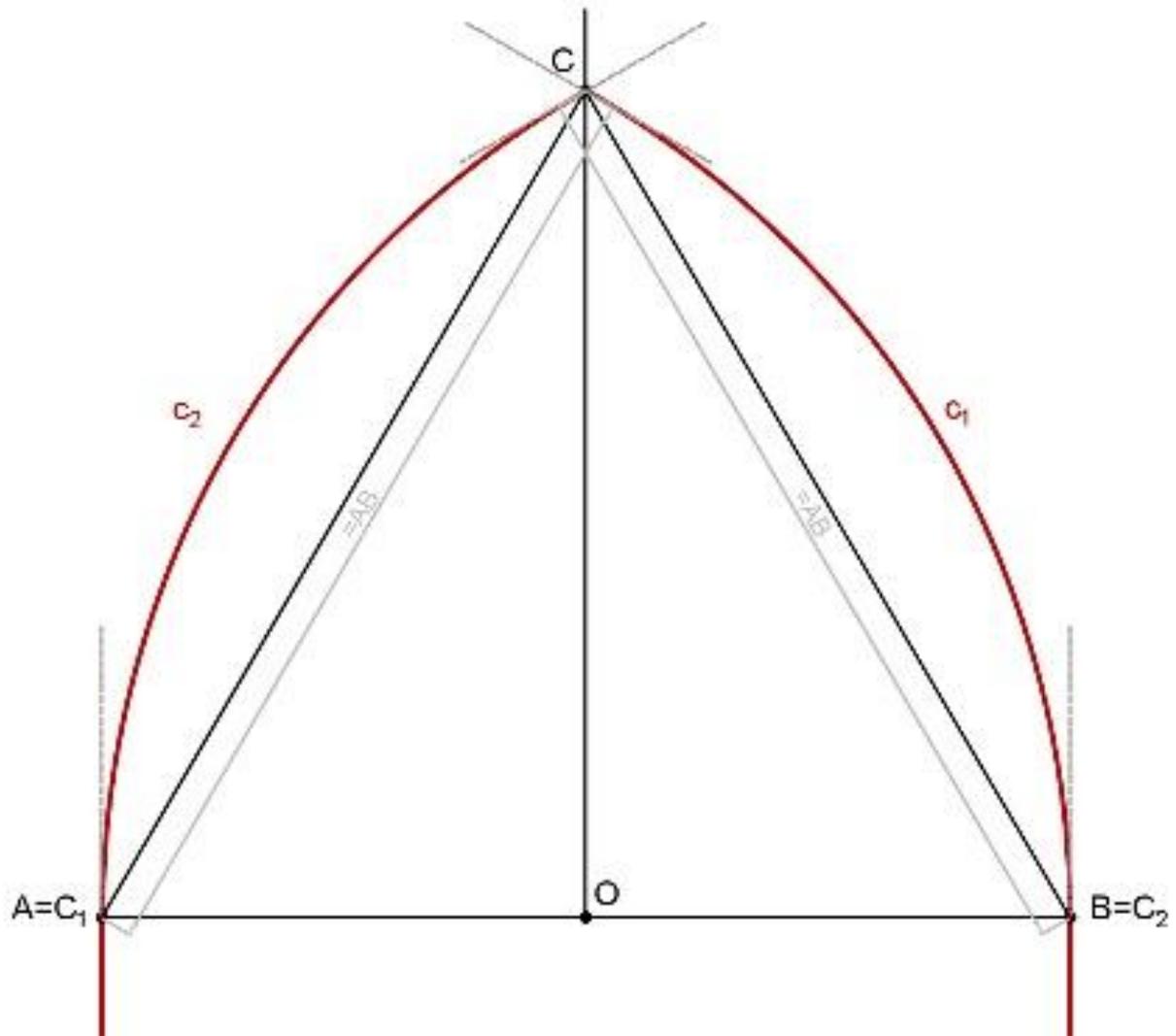


Sulla genesi delle superfici: le volte

Profili delle volte – Arco a sesto acuto equilatero

Data la corda **AB**, le due parti del profilo si ottengono facendo centro in **A** con raggio **AB** e viceversa. La denominazione discende dal fatto che in questo profilo si può inscrivere un triangolo equilatero.

È evidente in questo caso come nel punto **C** vi sia una discontinuità di curvatura tra i due archi che, nel punto di unione, hanno infatti tangenti diverse.

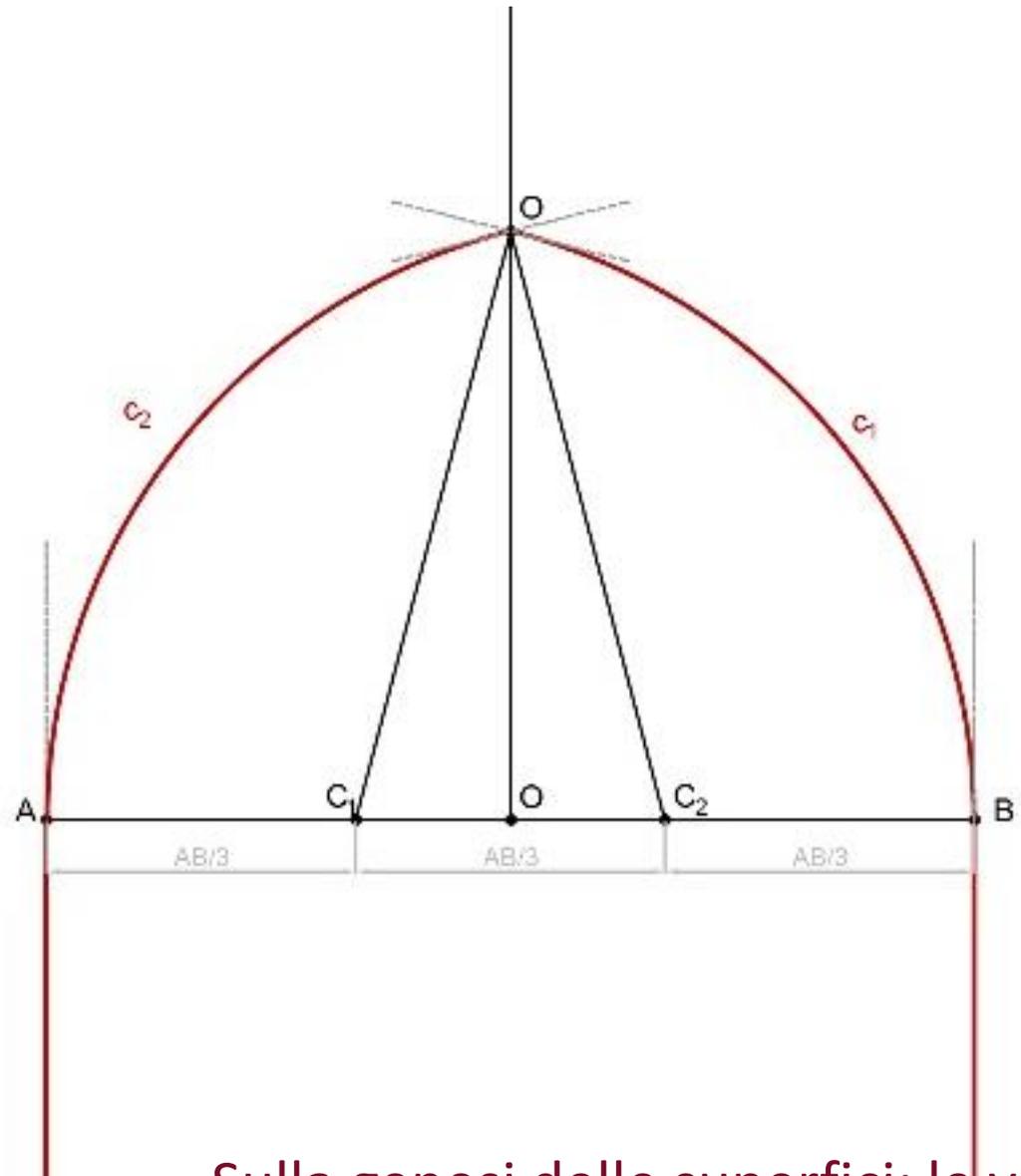


Sulla genesi delle superfici: le volte

Profili delle volte – Arco *a sesto tedesco* o *acuto in terzo punto*

Si divide la corda **AB** in tre parti e, nominando nell'ordine gli estremi della divisione **A**, **C₂**, **C₁**, **B**, si ottengono le due parti del profilo facendo centro in **C₁** con raggio **C₁A**, in **C₂** con raggio **C₂B**.

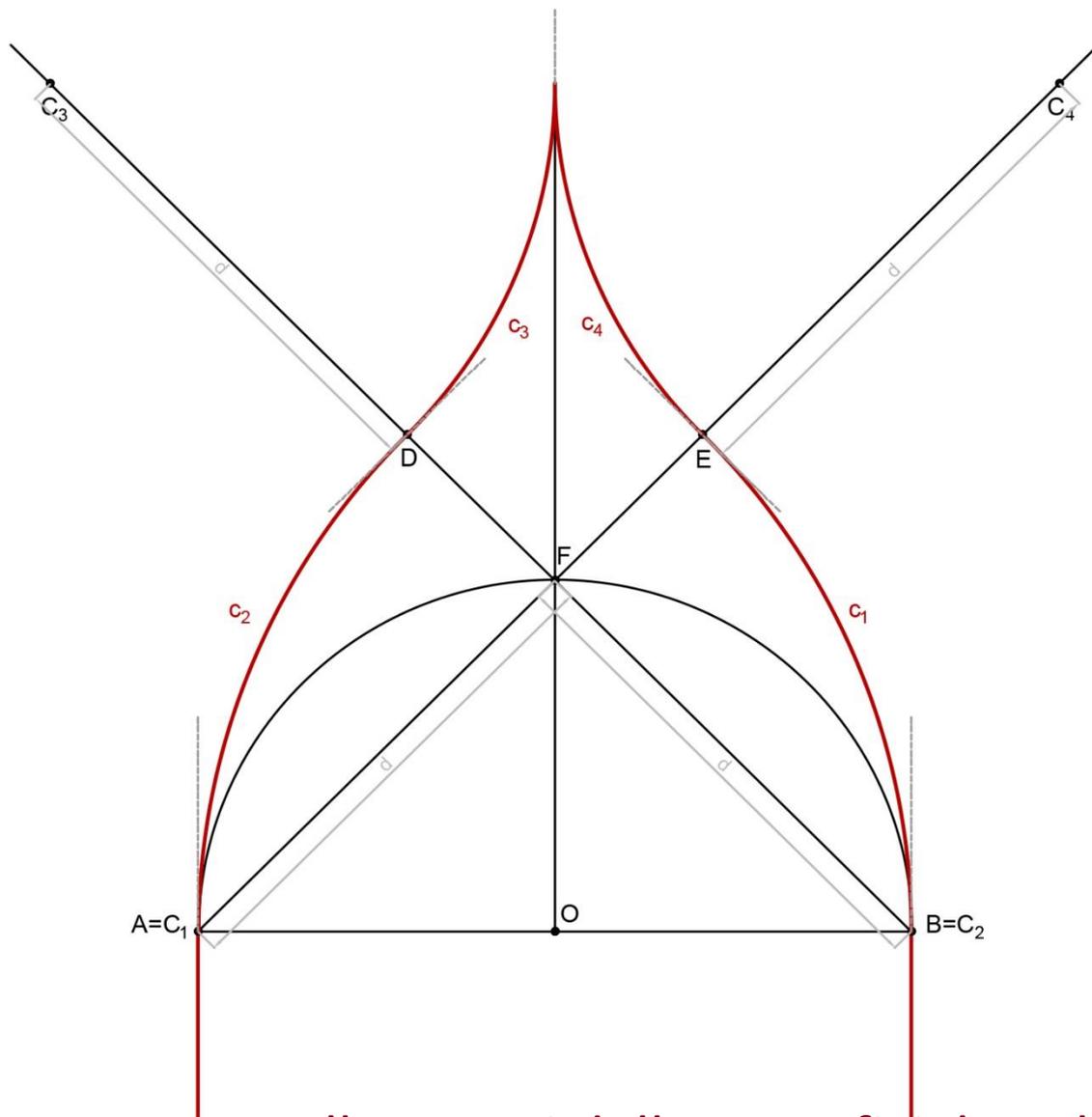
È evidente anche in questo caso come nel punto **O** vi sia una discontinuità di curvatura tra i due archi che, nel punto di unione, hanno infatti tangenti diverse.



Sulla genesi delle superfici: le volte

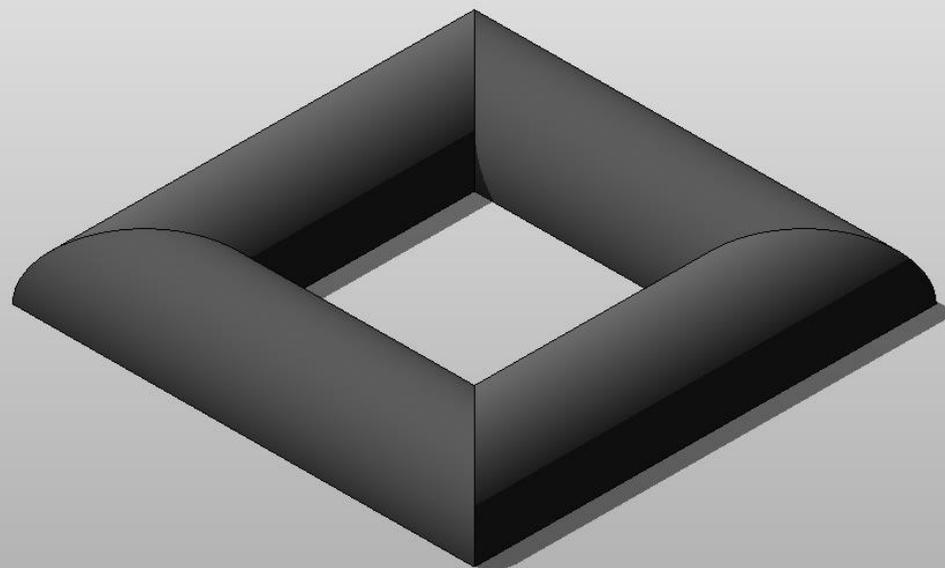
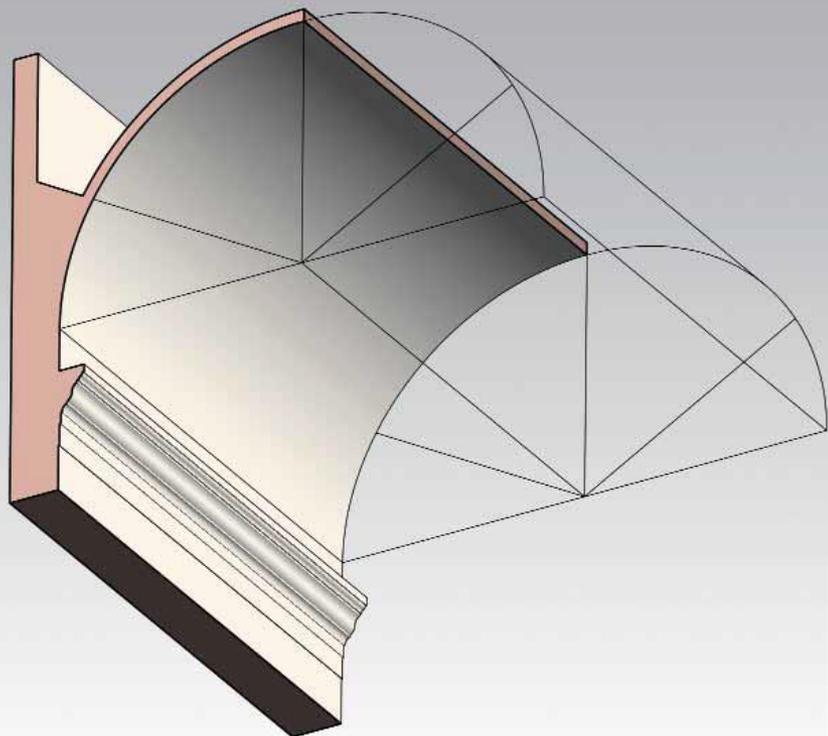
Profili delle volte – Arco a sesto acuto a influsso o a coda o a chiglia

Si costruisce un semicerchio sulla corda **AB** e si tracciano le rette **AF** e **BF** prolungandole di circa un paio di corde. I fianchi del profilo si descrivono come per l'arco a sesto acuto equilatero, facendo centro nelle imposte con raggio pari alla corda, fino a incontrare le rette diagonali **AF** e **BF** nei punti **D** ed **E**. Da questi si riporta, sempre sulle diagonali, la distanza **AF** **BF** staccando i punti **C3** e **C4** che sono i centri che permettono di completare il profilo, sempre con raggio eguale ad **AF** **BF**.



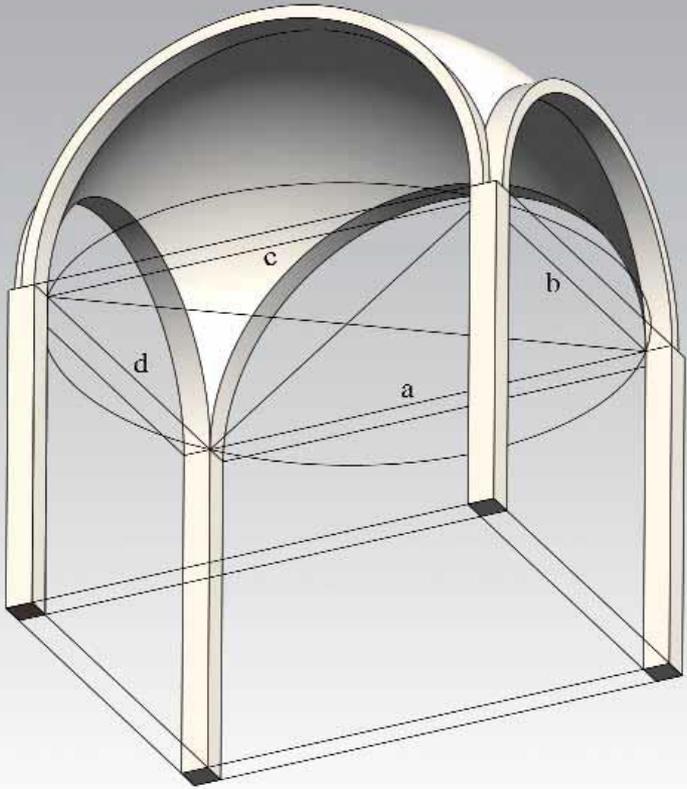
Sulla genesi delle superfici: le volte

Volte semplici – Volta a botte



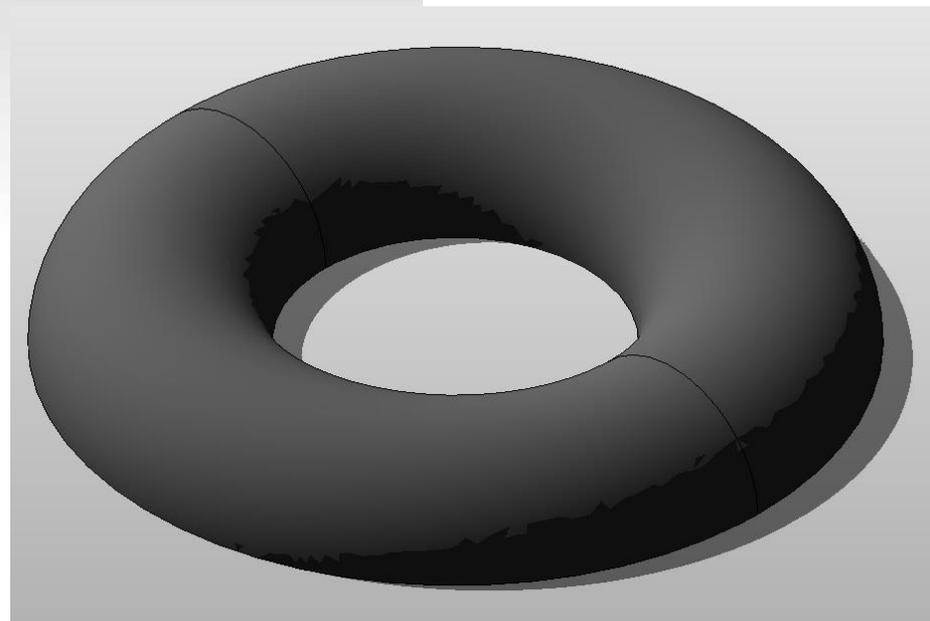
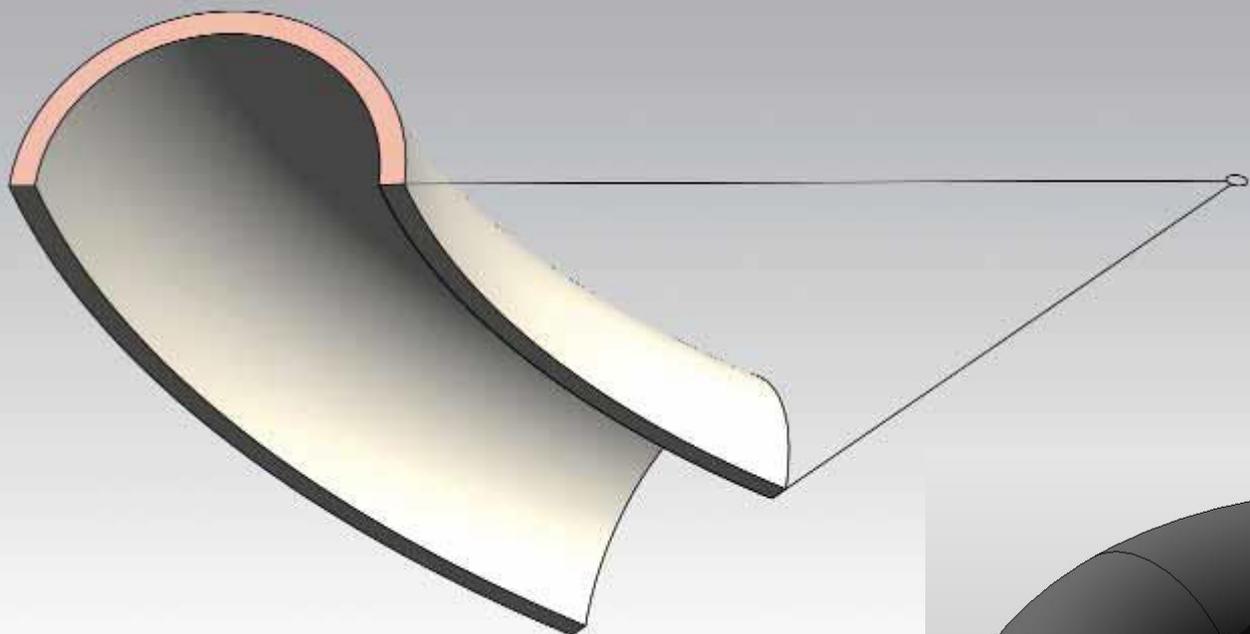
Sulla genesi delle superfici: le volte

Volte semplici – Volta a vela



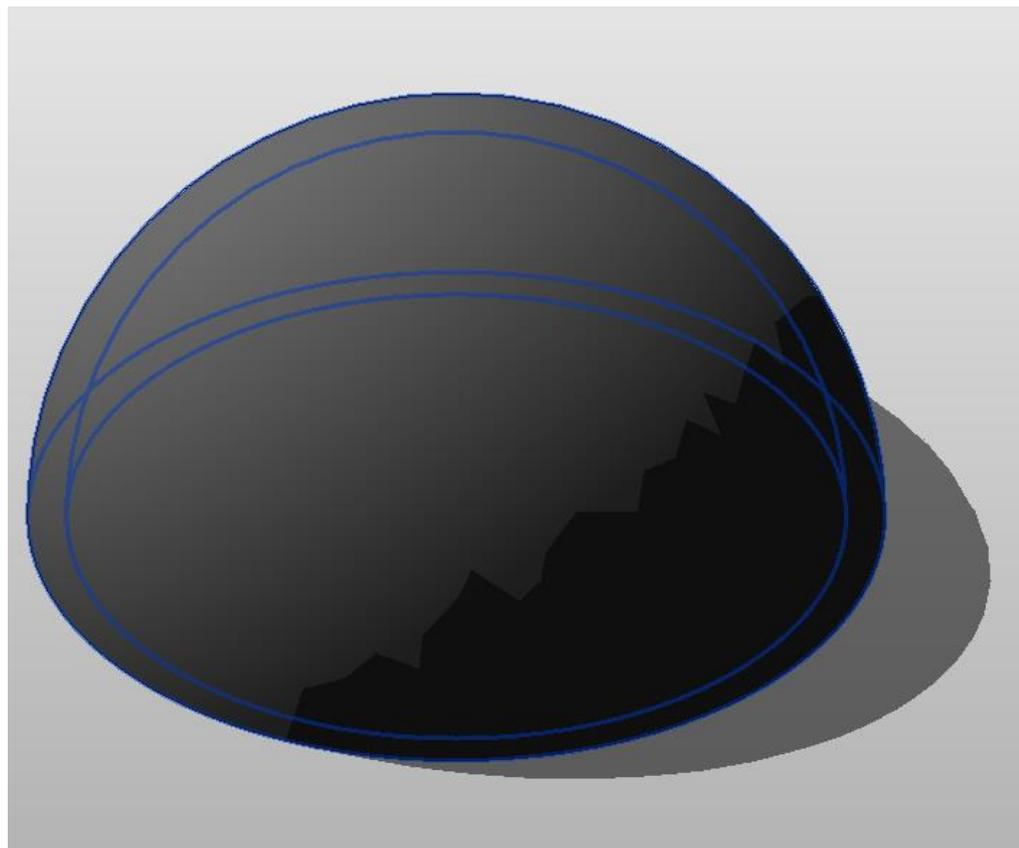
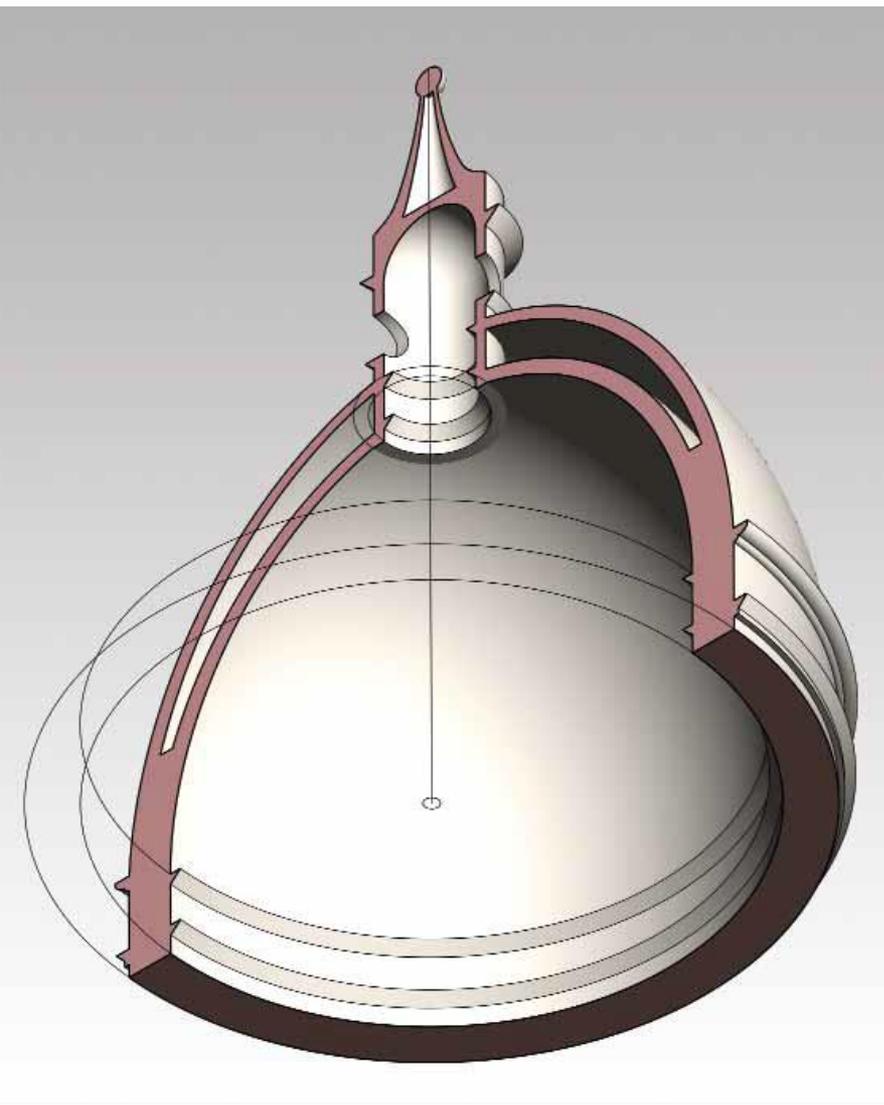
Sulla genesi delle superfici: le volte

Volte semplici – Volta anulare



Sulla genesi delle superfici: le volte

Volte semplici – Volta emisferica o cupola



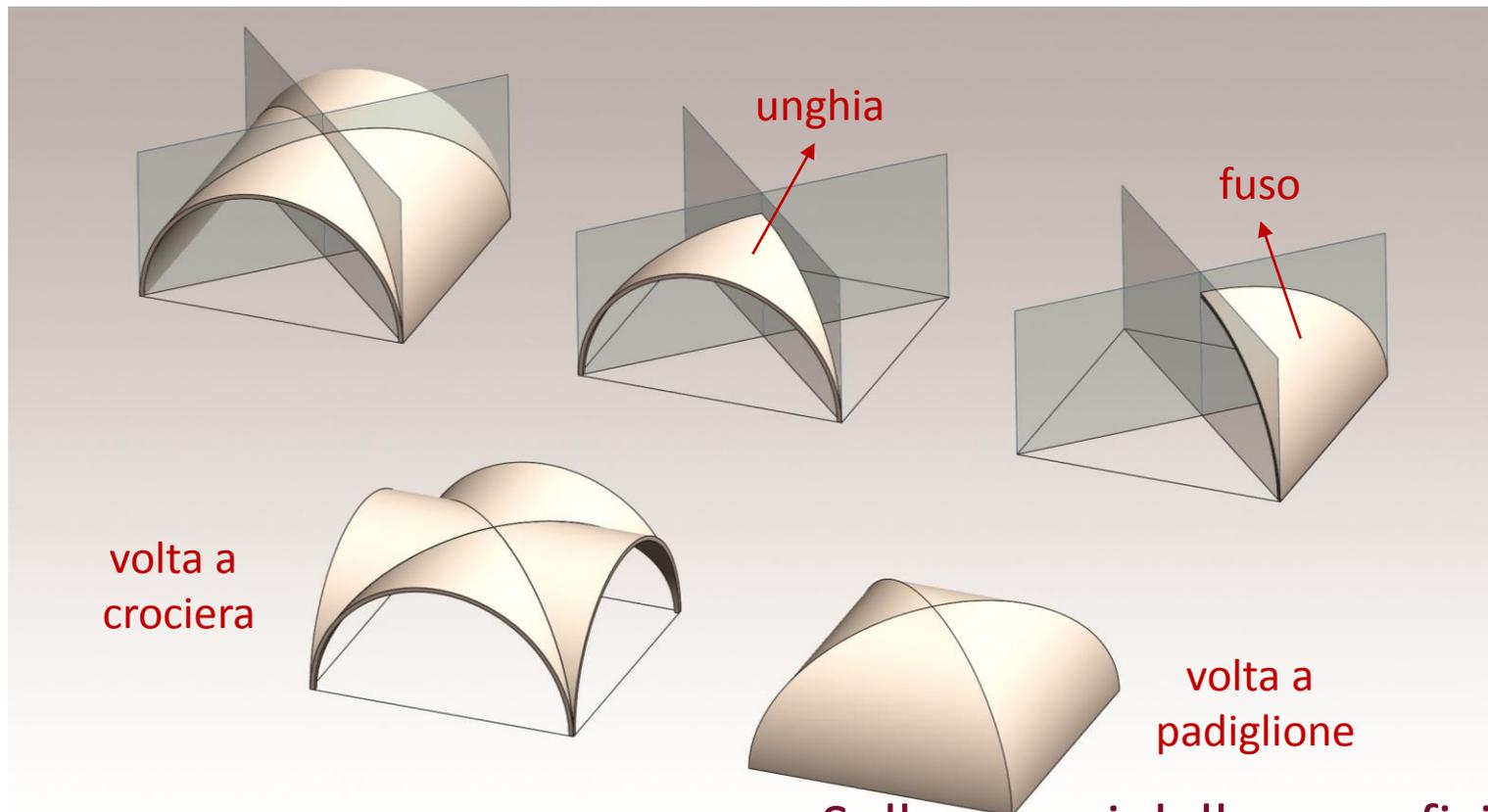
Sulla genesi delle superfici: le volte

Volte composte – Volta a crociera e volta a padiglione

Le volte a **crociera** e a **padiglione** sono volte composte da porzioni di volte a botte, che possono avere diversi profili (a tutto sesto, a sesto acuto, a sesto ribassato, etc.).

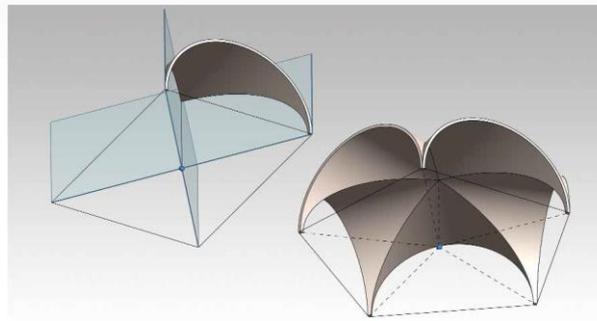
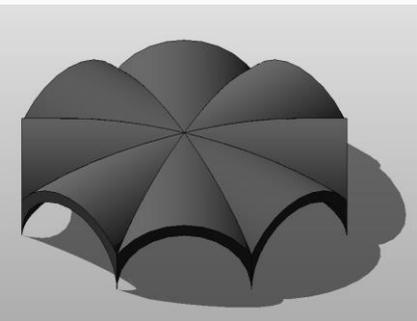
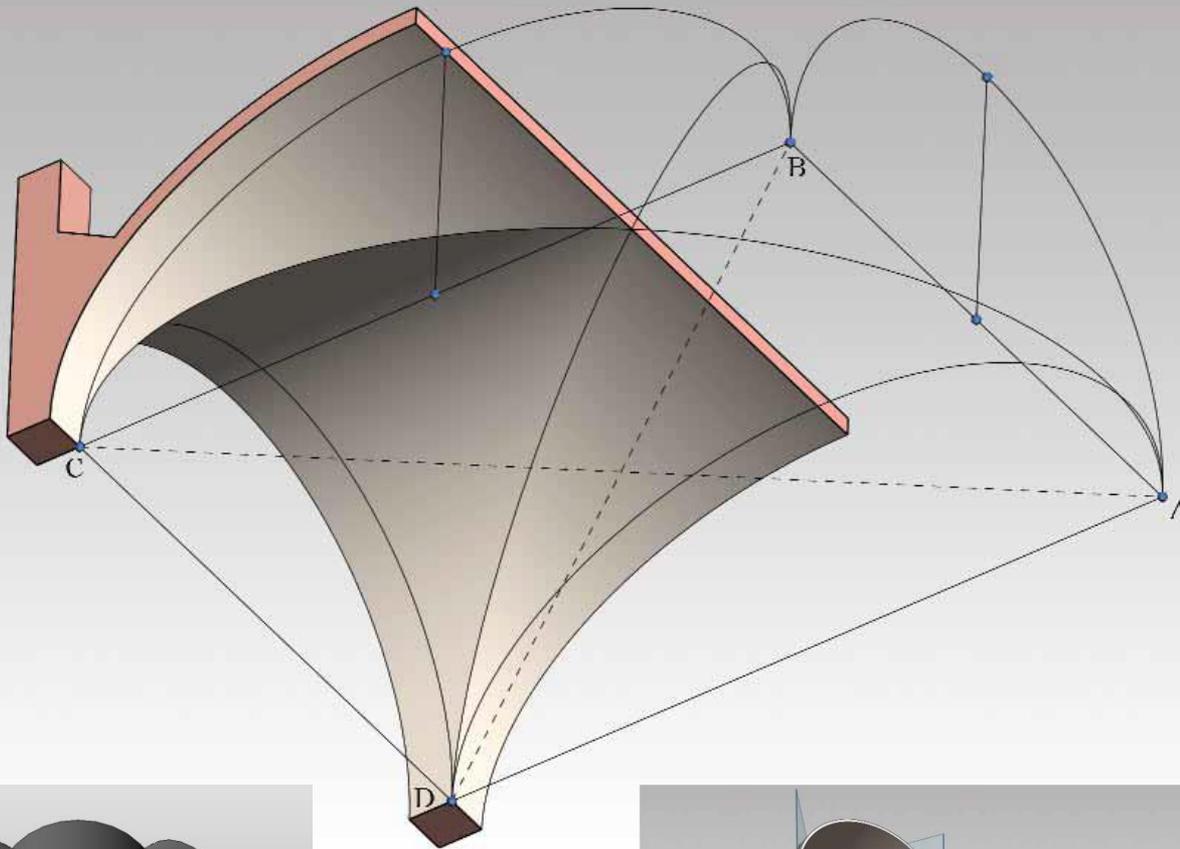
Le porzioni che costituiscono entrambe queste volte si ricavano troncando la botte con due piani perpendicolari al piano d'imposta appartenenti alle diagonali della base d'imposta.

La porzione impiegata per la realizzazione della volta a crociera prende il nome di **unghia**, mentre quella che si usa per la volta a padiglione si chiama **fuso**.



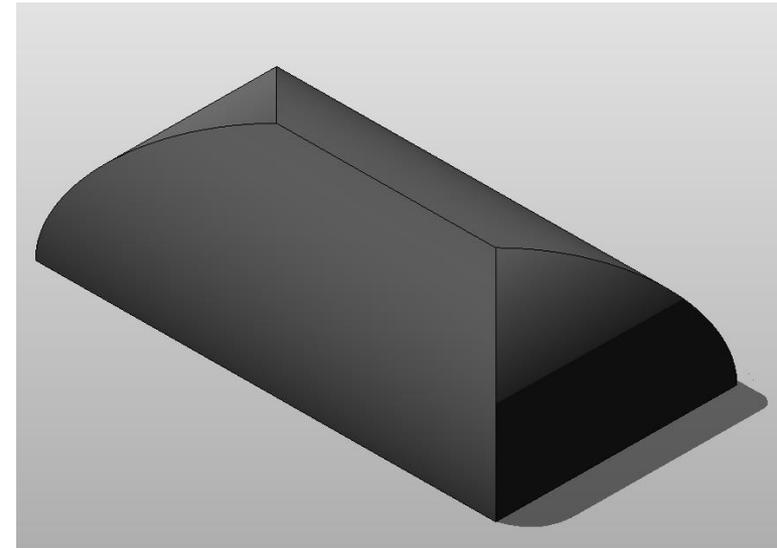
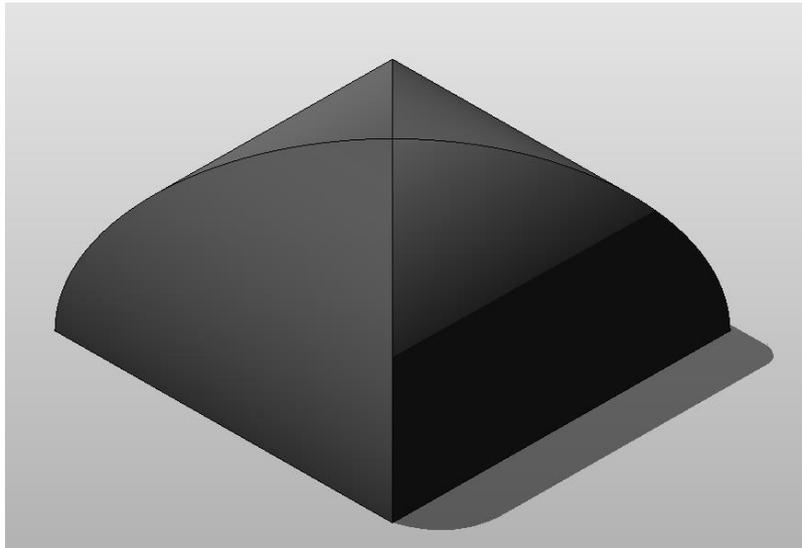
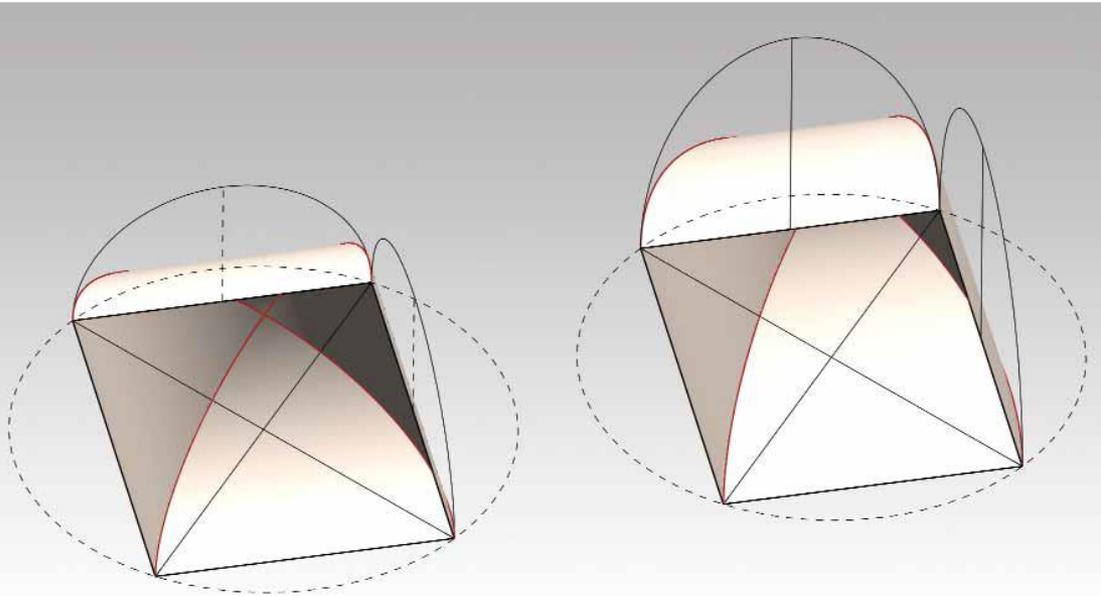
Sulla genesi delle superfici: le volte

Volte composte – Volta a crociera



Sulla genesi delle superfici: le volte

Volte composte – Volta a padiglione



Sulla genesi delle superfici: le volte

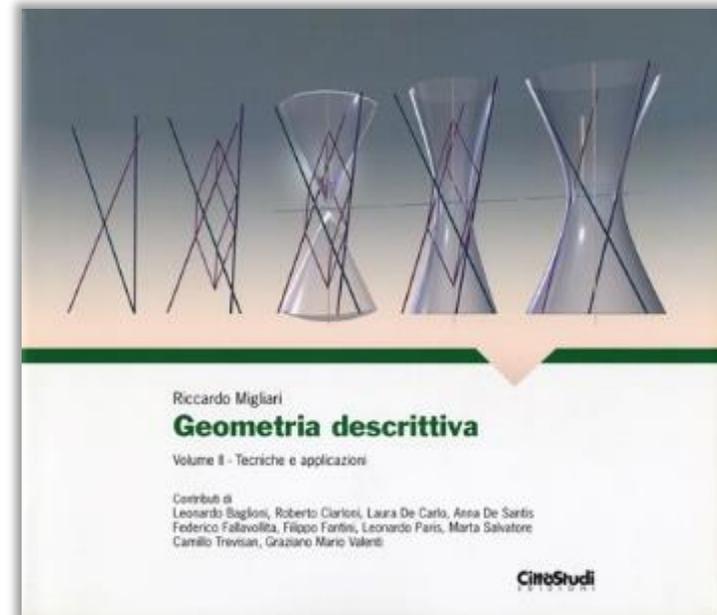
Bibliografia

Per quanto riguarda l'introduzione generale alle superfici, si rimanda al **secondo volume** del testo consigliato *Geometria descrittiva*, pp. 144-146.

L'argomento delle volte è trattato nel medesimo testo alle pp. 423-461.

In particolare, si considerino:

- nomenclatura e classificazione generale, pp. 423-428
- costruzione di profili
 - arco a tutto sesto, pp. 428-430
 - arco a sesto ribassato (profilo ellittico), pp. 430-432
 - profili ovali
 - introduzione, pp. 432-433
 - ovale a tre centri, p. 433
 - ovale a tre centri a rapporto fisso, p. 434
 - archi a sesto acuto
 - introduzione, pp. 436-437
 - sesto acuto equilatero, p. 437
 - sesto tedesco o sesto acuto in terzo punto, p. 437-438
 - sesto acuto a influsso, p. 438-439
- volte semplici
 - introduzione, pp. 439-440
 - volta a botte, pp. 440-441
 - volta a vela, pp. 441-443
 - volta anulare, pp. 444-445
 - cupola, p. 447
- volte composte
 - volte a crociera e a padiglione, pp. 451-459 (esclusa volta a crociera semplicemente rialzata).



Sulla genesi delle superfici: le volte