ANALISI VETTORIALE - Fisica PRIMA PROVA IN ITINERE ♢ (25/11/2014)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

ISTRUZIONI

1. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Mostrare che la funzione

$$F(t) = \int_0^{2\pi} \frac{\sin\sqrt{tx}}{x}\,dx$$

è ben definita, per $t > 0$. Calcolare $F'(t)$, giustificando i passaggi.

---

2. Determinare per quali valori positivi di γ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\tan x}{\sqrt{x^\gamma}}\,dx.$$

---

3. Cercare gli estremi di $f(x,y) = 4xy$ sull'ellisse $2x^2 + 2y^2 - xy = 1$.

---

4. Trovare e classificare i punti critici della funzione $f(x,y) = 4y^4 - 16x^2y + x$. Determinare inoltre estremo superiore ed estremo inferiore di f in $\mathbf{R}^2$.

---

5. Mostrare che in un opportuno intorno dell'origine le soluzioni dell'equazione

$$y + \sin x - x\sin y = 0$$

sono i punti del grafico di una $y = f(x)$ che si annulla in $x = 0$, e scrivere il polinomio di MacLaurin del secondo ordine della f.

---

6. Verificare se nell'origine la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\log^3(1+x) - y^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è: (i) continua; (ii) dotata di tutte le derivate direzionali; (iii) differenziabile.

ANALISI VETTORIALE - Fisica PRIMA PROVA IN ITINERE ♣ (25/11/2014)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

ISTRUZIONI

1. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Mostrare che la funzione

$$F(t) = \int_3^\infty \frac{e^{-tx^{4/3}}}{x}\,dx$$

è ben definita, per $t > 0$. Calcolare $F'(t)$, giustificando i passaggi.

---

2. Determinare per quali valori positivi di γ converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sin^2 x}{1 - \cos(x^\gamma)}\,dx.$$

---

3. Cercare gli estremi di $f(x, y) = xy$ sull'ellisse $x^2 + y^2 + xy = 1$.

---

4. Trovare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = 4y^4 - 16x^2y + x$. Determinare inoltre estremo superiore ed estremo inferiore di f in $\mathbf{R}^2$.

---

5. Mostrare che in un opportuno intorno dell'origine le soluzioni dell'equazione

$$1 + x + \log(1 + y) - \sqrt{1 + xy} = 0$$

sono i punti del grafico di una funzione $y = f(x)$, e scrivere lo sviluppo di MacLaurin del secondo ordine della f.

---

6. Verificare se nell'origine la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - y^3}{4x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è: (i) continua; (ii) dotata di tutte le derivate direzionali; (iii) differenziabile.

ANALISI VETTORIALE - Fisica PRIMA PROVA IN ITINERE ♡ (25/11/2014)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

ISTRUZIONI

1. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Mostrare che la funzione

$$F(t) = \int_0^{2\pi} \frac{\sin\sqrt{tx}}{x}\,dx$$

è ben definita, per $t > 0$. Calcolare $F'(t)$, giustificando i passaggi.

---

2. Determinare per quali valori positivi di α converge l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\tan x}{\sqrt[3]{x^\alpha}}\,dx.$$

---

3. Cercare gli estremi di $f(x,y) = 3xy + 1$ sull'ellisse $2x^2 - xy + 2y^2 = 4$.

---

4. Trovare e classificare i punti critici della funzione $f(x,y) = 4y^4 + 16x^2y + x$. Determinare inoltre estremo superiore ed estremo inferiore di f in $\mathbf{R}^2$.

---

5. Mostrare che in un opportuno intorno dell'origine le soluzioni dell'equazione

$$x^2 + y + \sin x - x\sin y = 0$$

sono i punti del grafico di una $y = f(x)$ che si annulla in $x = 0$, e scrivere il polinomio di MacLaurin del secondo ordine della f.

---

6. Verificare se nell'origine la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^3 + \log(1+x^3)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è: (i) continua; (ii) dotata di tutte le derivate direzionali; (iii) differenziabile.

ANALISI VETTORIALE - Fisica PRIMA PROVA IN ITINERE ♠ (25/11/2014)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

ISTRUZIONI

1. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di dispositivi elettronici.
2. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Mostrare che la funzione

$$F(t) = \int_3^\infty \frac{e^{-tx^{4/3}}}{x}\, dx$$

è ben definita, per $t > 0$. Calcolare $F'(t)$, giustificando i passaggi.

---

2. Determinare per quali valori positivi di β converge l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1-\cos(x^\beta)}{\sin^2 x}\, dx.$$

---

3. Cercare gli estremi di $f(x,y) = 1 - xy$ sull'ellisse $x^2 + y^2 - xy = 4$.

---

4. Trovare e classificare i punti critici della funzione $f(x,y) = 2x^4 - y - 32xy^2$. Determinare inoltre estremo superiore ed estremo inferiore di f in $\mathbf{R}^2$.

---

5. Mostrare che in un opportuno intorno dell'origine le soluzioni dell'equazione

$$1 - y^2 + x + \log(1+y) - \sqrt{1+xy} = 0$$

sono i punti del grafico di una funzione $y = f(x)$, e scrivere lo sviluppo di MacLaurin del secondo ordine della f.

---

6. Verificare se nell'origine la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3+y^3}{x^2+2y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è: (i) continua; (ii) dotata di tutte le derivate direzionali; (iii) differenziabile.